1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:
Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in der dargestellten Lage im statischen Gleichgewicht befindet:

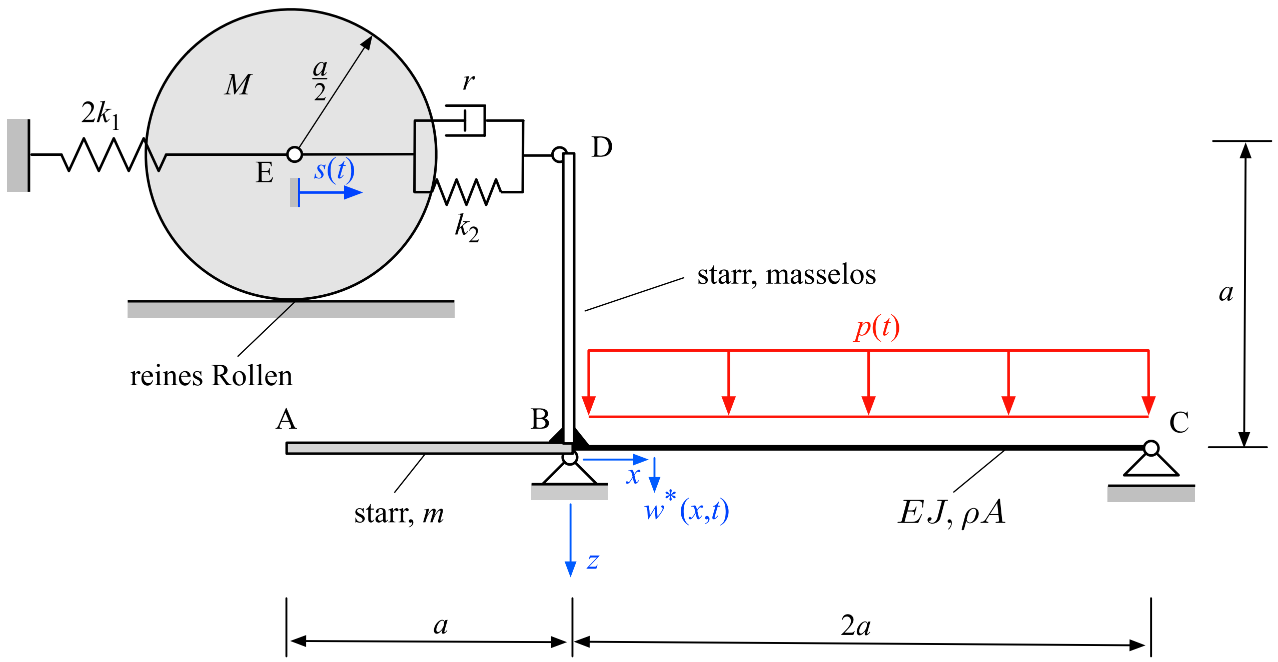
- Starrer Stab AB: Länge a, Masse m
- Starrer, masseloser Stab BD: Länge a
- Starre, homogene Kreisscheibe: Radius $a/2$, Masse M
- Linear elastischer Biegestab BC: Länge $2a$, Biegesteifigkeit EJ, Masse pro Längeneinheit ρA
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Linear elastische Federn: Federsteifigkeiten $2k_1$ und k_2
- Gleichlast: $p(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade des Ersatzsystems bei Verwendung des folgenden *Ritz*schen Ansatzes für die Durchbiegung w des Biegeträgers

   $w^*(x,t) = q(t)\sin\frac{\pi x}{2a}$ für $-a \le x \le 2a$

2. Kinetische Energie, potentielle Energie und generalisierte Kräfte des diskretisierten Ersatzsystems für kleine Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage
3. Bewegungsgleichung(en) des Ersatzsystems in *Lagrange*scher Form für kleine Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage
4. Horizontale Verschiebung des Punktes D zufolge der statischen Belastung $p = p_s$ und $k_1 = k_2 = k$



2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

Vorgestauchte linear elastische Feder auf der eine Punktmasse aufliegt, welche zum Anfangszeitpunkt ($t = 0$) losgelassen wird.

Die Punktmasse trifft auf das ebene schwingungsfähige System lt. Skizze, welches sich in der gezeichneten Lage im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer Biegeträger: Länge l, Masse pro Längeneinheit ρA, Biegesteifigkeit EJ
- Starrer, homogener Stab: Länge $3l/2$, Masse $3m$
- Linear elastische Drehfeder: Federsteifigkeit γ
- Punktmasse m
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit k
- Vorstauchung der linear elastischen Feder: z_0

Gesucht:

1. Minimale Federsteifigkeit k_{min}, sodass es gerade noch zu einer Berührung kommt.
2. Geschwindigkeit v der Punktmasse m unmittelbar vor dem Stoß für $k > k_{min}$.
3. Geschwindigkeiten v' und $\dot{q}'$ unmittelbar nach dem vollkommen elastischen Stoß mittels *Lagrange*scher Stoßgleichungen unter Annahme folgender Geschwindigkeitsverteilung im Biegestab:

   $$\dot{w}'(x) = \dot{q}'\varphi(x), \quad \varphi(x) = \left(\frac{x}{l}\right)^2, \quad 0 \leq x \leq l$$

4. Maximales Moment in der Drehfeder bei der Nachfolgebewegung nach dem Stoß unter Verwendung des Verformungsansatzes für die Durchbiegung des elastischen Balkens: $w^*(x,t) = q(t)\,\varphi(x)$