

1. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

Schwingende Flüssigkeitssäule mit federnd gelagertem Stab lt. Skizze in entspannter Federlage:

- Starrer Stab: Masse $2m$, Länge $3l$, Punktmasse m_P
- Starrer Kolben: Masse m
- Linear elastische Feder: Federsteifigkeit k
- Rohr: Längenmaß l , Querschnittsflächenmaß A
- Inkompressible, reibungsfrei strömende schwere Flüssigkeit mit der Dichte ρ
- Umgebungsdruck p_0
- Moment $M(t)$

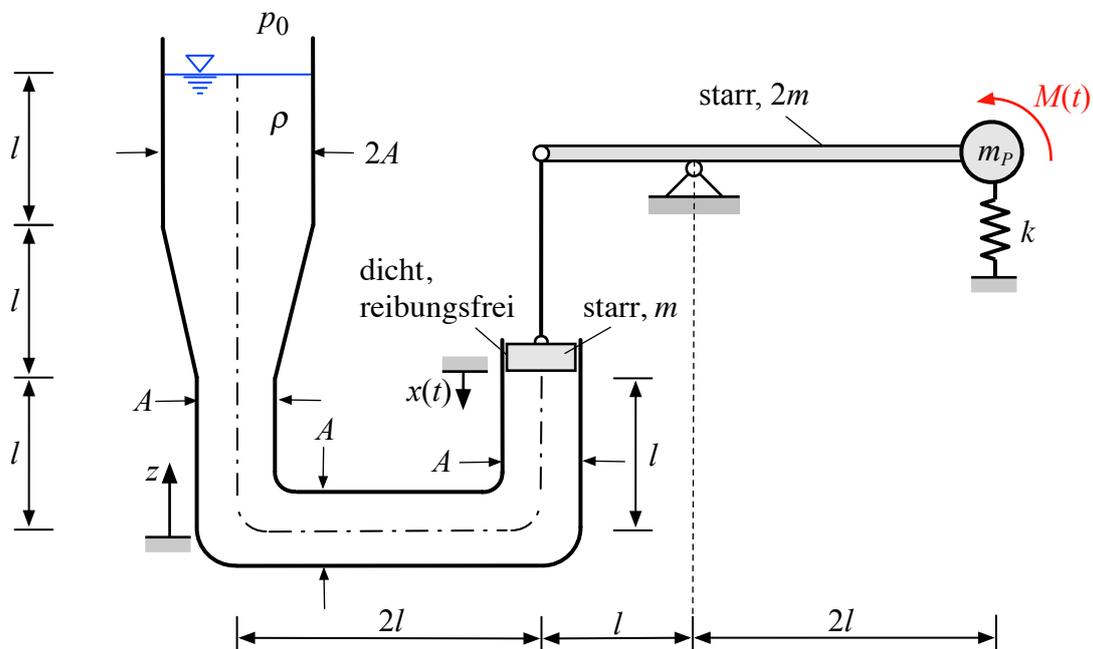
Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade
2. Bewegungsgleichung(en) des Systems für kleine Schwingwege

Hinweis:

$$\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{b + \frac{x}{a}} dx = a \ln(|x + a \cdot b|) \Big|_{x_1}^{x_2}, \quad \ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

3. Statischen Gleichgewichtslage des Kolbens



2. Beispiel (10 Punkte)

Gegeben:

Ebenes schwingungsfähiges System lt. Skizze, welches sich in der dargestellten Lage im statischen Gleichgewicht befindet:

- Linear elastischer, masseloser Biegestab: Länge $2l$, Biegesteifigkeit EJ
- Linear elastische Pendelstütze: Länge l , Masse pro Längeneinheit ρA , Dehnsteifigkeit EA
- Starrer Stab: Länge l , Masse m
- Geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer: Dämpferkonstante r
- Einzelkraft: $F(t)$

Gesucht:

1. Anzahl der Freiheitsgrade des Ersatzsystems bei Verwendung der folgenden eingliedrigen *Ritzschen* Ansätze für die Durchbiegung w des Biegeträgers

$$w^*(x_1, t) = q_1(t)\varphi_1(x_1) \quad \text{mit} \quad \varphi_1(x_1) = 1 - \cos\frac{\pi x_1}{4l} \quad \text{für} \quad 0 \leq x_1 \leq 2l$$

und für die Verformung u der Pendelstütze

$$u^*(x_2, t) = q_2(t)\varphi_2(x_2) \quad \text{mit} \quad \varphi_2(x_2) = -\frac{x_2}{l} \quad \text{für} \quad 0 \leq x_2 \leq l$$

2. a) Kinetische Energie
 b) Potentielle Energie
 c) Generalisierte Kräfte

des diskretisierten Ersatzsystems für kleine Schwingungen

3. Bewegungsgleichung(en) des Ersatzsystems in *Lagrangescher* Form für kleine Schwingungen um die statische Gleichgewichtslage

4. Frequenzgleichung zur Bestimmung der Eigenkreisfrequenz(en) des ungedämpften Ersatzsystems

