

# Über den Zustand des Eises im Gletscher

Von HANS HESS, Nürnberg

Mit 3 Figuren

Das Ergebnis über die Änderung des Koeffizienten  $\mu$  der inneren Reibung im Gletschereis, zu dem ich in meiner letzten Abhandlung (Ztschr. f. Glkde. XXIII S. 1 ff.) kam, hat mich nicht befriedigt. Ich habe deshalb erneut versucht, den Übergang des  $\mu$ -Wertes von der Größenordnung  $10^{13} \text{ g. cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$ , welchen die Laboratoriumsversuche von MC. CONNELL, B. WEINBERG und von mir ergaben, zu dem von mir (a. a. O. S. 10) für den Ausgleichs-Querschnitt (AQ.) im achsialen Teilgletscher des Hintereisferners zu  $1,805 \cdot 10^{15} \text{ g. cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  als Mittelwert erhaltenen zu finden. Für die Erklärung dieses Wachstums von  $\mu$  habe ich es bisher für zulässig erachtet, auf die 1902 beobachtete Zunahme von  $\mu$  mit der »Dauer der Beanspruchung« Bezug zu nehmen und durch eine etwas gewagte Extrapolation von der bei den Versuchen verwendeten Dauer von 20—30 000 Sek. zu einer solchen von mehreren Jahren zu dem größeren der obigen  $\mu$ -Werte zu gelangen. Dieses Verfahren ist durch ein besseres zu ersetzen. Die für die damaligen Versuche verwendeten Probestücke wurden nahe der beiden Enden auf feste Holzleisten aufgelegt und in der Mitte belastet. Über die elastische Durchbiegung hinaus wurde eine Schiebung im Eisstück erzeugt, welche zur Ermittlung des  $\mu$  diente. Je länger der Versuch dauerte, um so mehr wuchs die Verschiebung senkrecht zur Längsachse des Probestückes, aber auch die gleichzeitig mit ihr auftretende Verlängerung der zwischen der belasteten Mitte und den Auflagestellen liegenden Teile des Eisstückes. Es scheint mir richtiger, die beobachtete Zunahme des  $\mu$  auf die bei dieser Verlängerung zu leistende Arbeit zurückzuführen und nicht mit der einfachen Beziehung zur Dauer des Zwanges sich zu begnügen. Vgl. S. 13. Damit fällt aber jede Unterlage für die erwähnte Extrapolation; der Grund für die Zunahme des  $\mu$ -Wertes von der Größenordnung  $10^{13}$  bis zu  $10^{15}$  ist zu suchen.

Meine Versuche, die auch zur Ermittlung des Elastitätsmoduls für Eis verwendet wurden<sup>1)</sup>, gaben bei  $-2,6^\circ$  bis  $-5^\circ \text{ C}$  die zwischen

<sup>1)</sup> Annalen der Physik 1902 Bd. 8 S. 413.

$5 \cdot 10^9$  und  $21 \cdot 10^{10}$  gelegenen  $\mu$ -Werte (nur bei mehrstündiger Belastung kam  $\mu = 1,2 \cdot 10^{13}$  für  $-0,8$  bis  $-2^\circ \text{C}$ ). Mc. CONNELL's Ergebnisse liegen zwischen  $1,4 \cdot 10^{12}$  und  $6,25 \cdot 10^{13}$ , und B. WEINBERG fand bei Temperaturen von  $-0,1^\circ$  bis  $-5^\circ \text{C}$   $\mu$  zwischen  $0,5 \cdot 10^{13}$  und  $6,43 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$ . Nehme ich auf die 4 zwischen  $0$  und  $-1^\circ \text{C}$  gefundenen Zahlen WEINBERG's besondere Rücksicht, so kann für die innerhalb der Gletscherzunge bestehende Schmelztemperatur rund  $\mu = 1 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  angesetzt werden.

Das der Gletscheroberfläche benachbarte Eis steht unter ähnlichen Bedingungen, wie jene Probestücke; es wird nur in der Richtung der Stromlinien gedrückt, die hier ausmünden, so daß nur der Luftdruck als Widerstand auftritt.

Ein nach den Richtungen der Koordinatenachsen orientiertes kleines Eisstück im Inneren des Gletschers, etwa ein Volumelement  $dx \cdot dy \cdot dz$  dagegen ist in Richtung dieser drei Achsen gedrückt. In der  $x$ -Richtung wirkt die Horizontalkomponente  $D_x$  des Strömungsdruckes; in der  $y$ -Richtung tritt die Horizontalkomponente des quer zu den geneigten Talwandungen, gegen die Gletscherachse hin gerichteten Seitendruckes auf und in der  $z$ -Richtung wirkt als Vertikaldruck das Gewicht der Eissäule, welche über dem Volumelement lagert, vermehrt um die Vertikal-komponente des Strömungsdruckes. Diesen drei Druckkräften stehen drei je fast gleichgroße Drucke gegenüber; in welcher Richtung auch deformierender Druck auf das Volumelement einwirkt, immer ist ein beträchtlicher Gegendruck zu überwinden, die Beweglichkeit der Eis-teilchen wird vermindert, die innere Reibung (und damit  $\mu$ ) wird vergrößert.

In bezug auf das unter allseitigem Druck stehende Eis von Schmelztemperatur ist zu sagen: 1. Es wird durch den Druck eine seiner Größe proportionale Erniedrigung der Schmelztemperatur erzeugt. 2. Es entsteht dabei eine ebenfalls dem Druck proportionale Wassermenge von der neuen Schmelztemperatur.

Die Menge dieses »Druckwassers«  $v$  läßt sich mit der aus der CLAPEYRON-CLAUSIUS'schen Gleichung abgeleiteten Formel

$$v = \frac{T}{\rho} \cdot c \cdot \lg \frac{273,2}{T}$$

berechnen, in der  $T$  die absolute Temperatur,  $\rho$  die Schmelzwärme,  $c$  die spezifische Wärme des Eises ist. Sie gilt für adiabatische Zu-

<sup>2)</sup> Proc. Roy. Soc. 49 S. 323 f. 1890—91.

<sup>3)</sup> Ztschr. f. Glkde. I S. 325.

standsänderung. Nach Elimination von  $T$  mit Hilfe der Gleichung der Schmelzkurve ( $p = -138,5 t - 2,1 t^2$ ) ergibt sich bei Verwendung der neuesten Zahlen für die Konstanten

$$v = 5,41 \cdot 10^{-5} \cdot p \text{ g/cm}^3 \quad 4)$$

für Eistemperaturen zwischen  $0$  und  $-1^\circ \text{C}$ ;  $p$  ist der Druck in  $\text{kg/cm}^2$ . Diese Wassermenge besteht nur so lange der Druck wirkt; sie ist labil; die geringsten Druckänderungen bringen teilweises Festwerden bei Minderung oder weiteres Schmelzen bei Steigerung des Druckes. Als Wasser nimmt diese Menge ein kleineres Volumen ein, als das Eis aus dem sie hervorging. Die Volumänderung beträgt  $4,91 \cdot 10^{-6} \cdot p \text{ cm}^3/\text{g}$  oder  $4,51 \cdot 10^{-6} \cdot p \cdot V \text{ cm}^3$ , wenn  $V$  das Anfangsvolumen ist. Diese Kompression ist nur etwa der 7. Teil der Zusammendrückung, welche die ursprüngliche Eismenge bei  $p \text{ kg/cm}^2$  erfährt. Nach P. W. BRIDGMAN'S Versuchen<sup>5)</sup> ist die Kompression des Eises bei  $0^\circ \text{C}$  bis  $-1^\circ \text{C}$  und  $p \text{ kg/cm}^2$  zwischen  $35$  und  $33 \cdot p \cdot 10^{-6} \cdot V \text{ cm}^3$ .

Könnte man einen Kubikmeter wasserfreies Eis aus der Luft an die Gletschersohle im A.Q. des achsialen Teilgletschers unter den dort bestehenden Druck  $30 \text{ kg/cm}^2$  versetzen, so würde sein Volumen um  $1020 \text{ cm}^3$  kleiner, also  $0,99898 \text{ m}^3$  betragen und er würde  $1623 \text{ g}$  Wasser enthalten, das einen Raum von  $1621 \text{ cm}^3$  einnimmt. Als Eis hatte es  $1770 \text{ cm}^3$ ; seine Verdichtung macht  $149 \text{ cm}^3$  aus. Somit kommen  $1020 - 149 = 871 \text{ cm}^3$  Volumenkleinerung je  $\text{m}^3$  auf die durch den Druck  $p = 30 \text{ kg/cm}^2$  bewirkte Änderung des Kristallgefüges vom Eis. Könnte das Druckwasser abfließen, so müßte es von der Stelle hohen Druckes zu einer solchen niedrigeren Druckes übergehen; es müßte sich von der Sohle nach oben, vom A.Q. talwärts oder von der Achse seitwärts zu den Gletscherrändern bewegen, wobei ein der Druckminderung entsprechender Anteil fest würde und den Weiterweg versperrte. Das unter allseitigem Druck eingeschlossene Wasser kann sich also gar nicht bewegen, daher auch nicht als Schmiermittel wirken und deshalb die Beweglichkeit des Eises von den Stellen größten gegen die geringeren Druckes nicht steigern. Weil die flüssige Phase labil ist, müssen ihre Moleküle sich sehr nahe wie die der festen verhalten und ändern  $\mu$  nicht.

Beachten wir aber die ganze Kompression, welche Eis und Druckwasser erfahren, so ergibt sich eine mit dem Druck wachsende Ver-

4) Nicht  $10^{-3}$ , wie in Ztschr. f. Glkde. XXIII S. 13 irrtümlich gedruckt wurde.

5) Vgl. G. TAMMANN: Aggregatzustände. Lpzg. 1922 S. 158 obere Tab. Reihe 6.



dichtung, eine Annäherung der Moleküle und damit eine Verminderung ihrer Beweglichkeit, eine Steigerung der inneren Reibung und des Wertes von  $\mu$ .

In der gleichen Richtung weisen die Ergebnisse der Eisdickenmessung, zu denen B. BROCKAMP u. K. WÖLCKEN<sup>6)</sup> in Westgrönland gekommen sind, sowie die von Hs. MOTHES und B. BROCKAMP<sup>7)</sup> an Alpengletschern bei gleichartigen Messungen erhaltenen Resultate. Man fand für die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $V_e$  der Longitudinalwellen für See-Eis 3200 m/sek, für Gletschereis in den Alpen und den Grönlandstationen West, Scheideck, Kangerdluarsuk bei Eistiefen von 154 bis 552 m,  $V_e = 3200$  bis 3720 m/sek, für die entfernteren Meßstellen in Grönland, bei Eistiefen von 1530 bis 1840 m,  $V_e = 4000$  m/sek. Die Längswellen entsprechen den Vorläufern bei den künstlichen Beben, welche zur Messung dienten. Ihr Einsatz ist auf den Registrierstreifen mit fast völliger Sicherheit zu finden. Die Geschwindigkeitsmessung ist deshalb von der eigentlichen Tiefenmessung und deren Unsicherheiten unabhängig. Die  $V_e$ -Werte zeigen mit zunehmender Eistiefe ein Anwachsen von  $V_e$ ; also einen Geschwindigkeitszuwachs von etwa 44 m je 100 m Tiefe, und dieses erfordert zunehmende Dichte des Eises, also abnehmende Beweglichkeit, zunehmende innere Reibung.

B. WEINBERG's Bestimmung des Wertes von  $\mu$  zeigt, wie oben erwähnt, ein Anwachsen dieser Größe mit sinkender Temperatur, etwa nach der Gleichung  $\mu = \mu_0 (1 - 0,44 t) \cdot 10^{13}$ , wobei  $t$  negativ ist. Die entsprechende Volumänderung ist  $\Delta V = 162 \cdot 10^{-6} \cdot t$ ; sie ist bei  $-1^\circ$  gegenüber der durch den Schmelzdruck erzielten wesentlich geringer (etwa 3% davon), reicht aber doch aus, um eine merkliche Steigerung der inneren Reibung zu bewirken.

Den oben angeführten Sätzen 1. und 2. ist also ein weiterer anzufügen, welcher lautet:

3. Eis und Druckwasser erfahren durch den Druck eine Volumverminderung, welche  $k \cdot p \cdot V$   $\text{cm}^3$  beträgt, wobei der Kompressionskoeffizient  $k$  zwischen 33 und  $35 \cdot 10^{-6}$  für die im Gletscher auftretenden Drucke liegt. Wegen dieser Verdichtung wird das gepreßte Eis fester, seine innere Reibung größer.

<sup>6)</sup> Vgl. Laufzeitkurven und Eisdickenmessungen zwischen Weststation und 120 km Randabstand. Wiss. Erg. d. Deutschen Grönland-Exped. A. WEGENER 1929 u. 1930/31, Bd. II 1933 S. 1—124.

<sup>7)</sup> Siehe Ztschr. f. Glkde. Bd. XIX S. 1 u. f.

Es ergibt sich, daß die Formbarkeit (Plastizität) des Eises um so größer wird, je geringer der Druck ist, unter dem es steht. Sie wächst im Gletscher von der Sohle gegen die Oberfläche, von der Achse gegen die seitlichen Ränder und erreicht gegen das Gletscherende, auch wenn vom Einfluß des oberflächlichen Schmelzwassers abgesehen wird, ihren Höchstwert. An Stelle der bisher vertretenen Annahme »das Eis erweicht unter Druck« tritt tatsächlich »das Eis von Schmelztemperatur nähert sich unter allseitiger Druckwirkung dem starren Körper«. Deshalb verteilt sich der in der  $x$ -Richtung wirkende Bewegungsdruck  $D_x$ ,  $\text{kg}/\text{cm}^2$  gleichmäßig über den zugehörigen Teilgletscherquerschnitt und auch der zur Überwindung der Bodenreibung nötige Anteil  $D_r$  von  $D_x$  hat diese gleichmäßige Verteilung, die dann auch für den Schubanteil besteht. Das ist aber die Bedingung für eine einfache Schiebung in der  $x$ -Richtung, für die  $dv/dz = \text{konst.}$  ist. Das wandernde Gestänge mußte also auf seiner ganzen Fahrt geradlinig bleiben, es konnte nicht in das dichtere Eis der Tiefe einschneiden. Theoretische Ableitung und Ergebnis des Experimentes decken sich; die auf Beilage 1 in Ztschr. f. Glkde. XXIII 1935 angegebenen Stellungen des Gestänges entsprechen genau den gleichzeitigen Stellungen des Bohrloches selbst<sup>8)</sup>.

<sup>8)</sup> Um zu zeigen, daß die für theoretische Überlegungen gern verwendete Vorstellung über die zu erwartende Deformation eines Bohrloches (vgl. z. B.

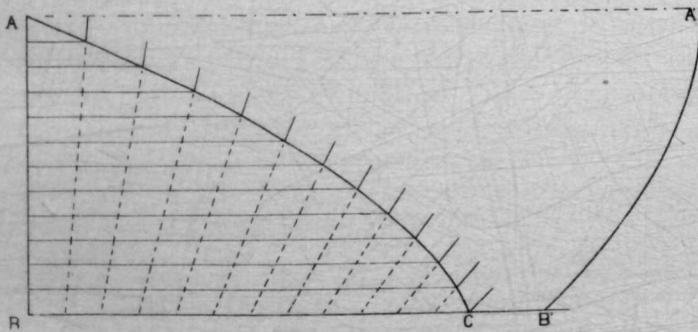


Fig. 1

Untersuchungen am Hintereisferner Taf. VIII. Wiss. Erg. Heft II d. Ztschr. d. D. u. Ö. AV.) mit der Forderung  $\frac{dv}{dz} = \text{konst.}$  recht gut vereinbar ist, diene

Fig. 1. Es bedeutet AB das ursprünglich senkrechte Gestänge, AC die Oberfläche, BC die Sohle des Gletschers; die gestrichelten Geraden zwischen AC

## Anwendung von Satz 3

Vom Gletscherende bis zum A.Q. des achsialen Teilgletschers steigt (im Hintereisferner) der  $\mu$ -Wert von  $1 \cdot 10^{13}$  bis  $1,805 \cdot 10^{15}$ , also um  $179,5 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$ . Der Vertikaldruck des Eises für die halbe Tiefe 161,5 m des A.Q., für welche der Mittelwert  $1,805 \cdot 10^{15}$  gilt, ist  $14,65 \text{ kg/cm}^2$ , am Gletscherende ist er Null. Er steigt also um  $14,65 \text{ kg/cm}^2$ . Setzt man die Änderung von  $\mu$  dieser Druckänderung direkt proportional, so wird  $\Delta\mu_z = 12,25 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  je  $\text{kg/cm}^2$  oder je 11 m Eistiefe. Dieser Wert gilt zunächst für Drucke, die in der z-Richtung wirken. An der Sohle im A.Q. wird damit  $\mu_z = 3,61 \cdot 10^{15} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$ . In der y-Richtung wirken die Seitendrucke von den Rändern gegen die Achse des Gl., welche sich wegen der im Zungenbereich für jedes Profil bekannten Eistiefen und Neigungen der Talwand leicht berechnen lassen. Sie sind in Tab. 1 angegeben. Die der Bew.-Linie »8« zugeordneten Seitendrucke wurden für die von Profil X abwärts gelegenen Profile von beiden Seiten her berechnet und fast völlig gleich befunden; das ergibt als Nebenresultat eine große Zuverlässigkeit in der Führung der Bewegungslinien im Zungengebiet. Die Seitendrucke  $D_y$ , gelten wie die Bewegungsdrucke  $D_x$  eines Teilgletscher-Profiles für jeden  $\text{cm}^2$  längs einer Vertikalen der zur Bewegungslinie gehörigen Zylinderfläche. Sie sind meistens beträchtlich kleiner, als die im achsialen Teilgletscher »7—8« auftretenden, in der letzten Reihe der Tab. 1 eingetragenen Bewegungsdrucke.

Läßt man  $1 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  für alle Punkte des Zungenrandes und  $\Delta\mu_z = 12,25 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  als allen Richtungen im Eis zugeordnet gelten, so sind diese 2 Werte als Naturkonstanten des Eises eingeführt, aus denen für jede Stelle des Gletschers die in den 3 Achsenrichtungen verschiedenen Werte  $\mu_z$ ,  $\mu_y$  und  $\mu_x$  berechnet werden können. (Vgl. dazu S. 13.)

und BC sind die im Eis gebliebenen Reste des mit konstanter Grundgeschwindigkeit verschobenen Gestänges, wobei gleichzeitig die Verschiebung auf der in der Luft verlaufenden Stromlinie AA' konstant sein soll. Die über die Oberfläche AC reichenden ausgezogenen Liniestücke stellen die zwischen den einzelnen Einmessungsterminen ausgeschmolzenen Gestängeteile dar. Zu ihnen parallel verlaufen zwischen den gleichen Stromlinien die aneinandergereihten Linienelemente von A'C'. Diese Linie entspricht der erwähnten Vorstellung und gleichzeitig der Drehung des während der Wanderung im Eis geradlinig bleibenden Gestänges, längs dessen in den einzelnen Stellungen K einen von oben bis unten konstant bleibenden Wert behält. Ändert sich zwischen diesen Stellungen die Breite des Teilgletschers (die Entfernung der Bewegungslinien), so ändert sich auch der Wert von K, aber für den ganzen Gestängerest gleichmäßig.



Seitendruck  $p_y$  in  $\text{kg/cm}^2$ 

Tab. I

Bew.-Lin. Profil	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	$D_x$ (7—8)
AQ.	—	—	0,46	2,36	3,32	3,62	3,71	3,72	3,71	3,70	3,52	2,97	1,71	—	—	—	11,5
XI	—	—	0,42	2,21	3,00	3,42	3,52	3,57	3,52	3,52	3,50	3,25	2,23	—	—	—	10,8
X	0,47	1,18	1,61	2,00	2,80	3,20	3,24	3,25	3,21	3,18	3,18	2,75	2,00	1,05	0,74	0,65	11,1
IX	0,34	1,02	1,52	1,80	2,65	3,05	3,14	3,16	3,15	3,14	3,09	2,68	1,87	1,40	1,20	0,85	9,5
VIII	—	—	0,65	1,18	2,25	2,75	3,05	3,09	3,07	3,05	2,95	2,11	1,24	0,81	0,51	0,35	7,2
VII	—	—	0,50	0,75	1,70	2,31	2,49	2,50	2,50	2,46	2,38	1,80	1,20	0,65	0,35	—	6,3
VI	—	—	—	0,47	1,56	2,05	2,16	2,18	2,16	2,05	1,84	1,41	1,00	0,15	—	—	4,9
V	—	—	—	0,37	1,10	1,71	2,22	2,26	2,25	2,14	1,54	1,39	0,70	0,02	—	—	4,0
IV	—	—	—	0,25	1,02	1,36	1,88	2,00	1,98	1,82	1,30	0,80	0,47	—	—	—	2,8
III	—	—	—	—	0,68	1,20	1,64	1,84	1,74	1,44	1,08	0,50	—	—	—	—	2,0
IIa	—	—	—	—	0,33	0,80	1,35	1,40	1,34	0,99	0,52	0,10	—	—	—	—	1,3
II	—	—	—	—	0,06	0,61	1,12	1,20	1,06	0,66	0,31	0,07	—	—	—	—	1,0
I	—	—	—	—	—	0,15	0,82	0,91	0,72	0,42	0,07	—	—	—	—	—	0,8
AB	—	—	—	—	—	—	0,25	0,75	0,38	—	—	—	—	—	—	—	—

Der Kubikmeter Eis an der Sohle des AQ. der Achse erfährt durch den Vertikaldruck von  $30 \text{ kg/cm}^2$ , der nicht allseitig, sondern nur lotrecht wirkt, eine Vertikalverdichtung von  $\frac{1}{3} \cdot 990 = 330 \text{ cm}^3$ ; in der x-Richtung wirkt  $D_x = 12,30 \text{ kg/cm}^2$ , dem eine Verdichtung von  $34,5 \cdot 12,3 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 142 \text{ cm}^3$  in dieser Richtung entspricht und  $35 \cdot 3,72 \cdot \frac{1}{3} \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 = 43 \text{ cm}^3$  in der y-Richtung, weil hier der Druck  $D_y = 3,72 \text{ kg/cm}^2$  wirksam ist. Im ganzen ist  $\Delta V = 515 \text{ cm}^3$ ,  $\Delta v = 68 \text{ cm}^3$ . Da er, trotz seines Wassergehaltes, in höherem Maße fest ist, als ein gleiches, wasserfreies, nicht gepreßtes Eisstück von  $0^\circ$ , dürfen die für Flüssigkeiten gültigen Gesetze der Druckausbreitung nicht angewandt werden; es scheidet also die scheinbar einfachere Bestimmung, daß der Maximaldruck den Zustand des Eisstückes und damit die innere Reibung in allen Richtungen bestimme, aus. Es besteht die Festsetzung von drei verschiedenen  $\mu$ -Werten für Bewegungen senkrecht zu je einer der 3 Achsen zu recht und man kann allgemein schreiben  $\mu = (1 + 12,25 \cdot p) \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$ , wobei der Druck  $p$  je in Richtung einer Achse gemessen wird\*).

Die Drucke in Richtung der Z-Achse sind gegenwärtig für alle Punkte der Hintereiszunge und für die achsialen Teilgletscher »7—8«, »8—9« und »9—10« im Firn bis etwa 3100 m Oberflächenhöhe ange-

\*) Ähnliche Betrachtungen haben für die Theorie der Schubkräfte in Metallen gute Erfolge gebracht. Ref. P. P. EWALD, Naturwissenschaften 1936, S. 277.

bar, weil hier die Eistiefe bekannt ist. Die  $D_y$  sind für das ganze Zungengebiet bis zum Profil X sicher, darüber hinaus bis zum AQ. angenähert gegeben (Tab. 1). Die in der x-Richtung wirksamen Bewegungsdrücke  $D_x$  können in dem für die  $D_z$ -Drücke abgegrenzten Gebiet ziemlich genau, sonst nur unsicher erhalten werden. Zu ihrer Bestimmung ist für die nichtachsialen, seitlichen Teilgletscher außer der für die Bewegung senkrecht zur Z-Achse bekannten inneren Reibung mit  $\mu_z$  auch die, wegen der zwischen zwei benachbarten Teilgletschern auftretenden Bewegung senkrecht zur Y-Achse vorhandene, innere Reibung mit  $\mu_y$  zu ermitteln.

Bei der Bewegung nach der X-Achse wird also die Größe der Schubleistung

$$s_x = a \cdot b \cdot Z \cdot \left[ \left( \frac{dv}{dz} \right)^2 \cdot \mu_z + \left( \frac{dv}{dy} \right)^2 \cdot \mu_y \right] : (10^{14} \cdot 981) \quad (1a)$$

innerhalb einer a cm dicken Platte des Teilgletschers von der Breite b und der Tiefe Z cm. Entsprechend erhält man für diesen Leistungsanteil bei Bewegung in Richtung der Y-Achse (mit der Oberflächengeschwindigkeit u) und in Richtung der Z-Achse (mit der Vertikalgeschwindigkeit w)

$$s_y = a b Z \cdot \left[ \left( \frac{du}{dx} \right)^2 \cdot \mu_x + \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \cdot \mu_z \right] : (10^{14} \cdot 981) \quad (1b)$$

$$s_z = a b Z \cdot \left[ \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \cdot \mu_x + \left( \frac{dw}{dy} \right)^2 \cdot \mu_y \right] : (10^{14} \cdot 981) \quad (1c)$$

Die Geschwindigkeit u tritt nur bei Annäherung oder Entfernung benachbarter Bewegungslinien auf, und  $du/dx$  wie  $du/dz$  werden meist recht kleine Beträge sein, so daß sie gegenüber  $dw/dx$  und  $dw/dy$  vernachlässigt werden können. Eine bei Bewegung in der Z-Richtung resultierende Verschiebung benachbarter Eisschichten tritt nur bei Änderung der Sohlenneigung ein;  $dw/dz$  und  $dw/dy$  werden nur beachtenswert sein, wo  $\alpha$  und  $\beta$  starke, fast sprungweise Änderung erfahren, also in der Gegend von Gefällsbrüchen der Sohle und der Seitenwandungen. Mit Hilfe der 2 letzten Gleichungen können die entsprechenden  $s_y$ - und  $s_z$ -Beträge für diese Sonderfälle gefunden werden. In den folgenden Ausführungen mögen sie unbeachtet bleiben, da zunächst nur eine allgemeine Übersicht der Verhältnisse beim ruhig strömenden Hintereisferner zu gewinnen ist.

Mit der hier vertretenen neuen Auffassung über den Zustand des Eises im Gletscher treten einige Veränderungen auf in den Beziehungen, welche in meiner Abhandlung von 1935 (a. a. O. S. 11 f.) aufgestellt wurden.



1. Weil sich  $\mu$  proportional  $z$  ändert, erhält die dortige Gl. (4) die Form

$$K_0^1 = K_0.$$

Es hat also  $K_0^1$  im A.Q. der einzelnen Teilgletscher den nämlichen Wert  $K_0$ .

Dieses  $K_0^1$  bezieht sich auf die ganze Schubleistung  $s$ , welche sich nach Gl. 1a aus zwei Summanden zusammensetzt. Denkt man sich die senkrecht zur  $y$ -Achse geleistete Reibungsarbeit in solche senkrecht zur  $z$ -Achse umgerechnet, so wird aus Gl. 1a

$$s_{0,x} = \frac{K_0'^2 \cdot \mu_{0,z}'}{981 \cdot 10^{14}} \cdot b_0' Z_0' \quad (2)$$

und mit dem Wert  $K_0^1 = K_0$  lassen sich die Schubleistungen in den einzelnen Profilen des seitlichen Teilgletschers ebenso bestimmen, wie für den achsialen.

2. Die Ausführungen S. 17—20, welche auf einen mit der Tiefe abnehmenden Wert von  $\mu_z$  gegründet sind, fallen fort; ebenso jene auf S. 22, welche zur Zahlenreihe für  $K^1$  (S. 23) führten. Gerade die Entbehrlichkeit solch künstlicher Vorstellungen, wie sie dort benutzt werden mußten, zeigt die durch die jetzige Klarstellung gewonnene Vereinfachung der Veränderung von  $\mu_z$ , die im ganzen Gletscher besteht. Die durch die Neueinführung von getrennten Werten  $\mu_y$  und  $\mu_x$  veranlaßte Komplikation der Berechnung fällt gegen diese Vereinfachung nicht ins Gewicht.

3. Für den A.Q. des achsialen Teilgletschers besteht die Beziehung (a. a. O. S. 25):

$$K_0 = 1,4225 \cdot 10^{12} \frac{Z_0}{\mu_{z,0}} \cdot \sin \alpha_0$$

Hier ist die Sohlenneigung  $\alpha_0$  unveränderlich und auch das Verhältnis  $Z_0 : \mu_{z,0}$ ; denn  $\mu_{z,0}$  ändert sich proportional dem  $Z_0$ . Es muß also  $K_0$  auch zeitlich konstant sein.

Das hat mich veranlaßt, die Rechnungen, deren Ergebnisse in Tab. 2 und Fig. 2 zusammengestellt sind, mit dem Mittelwert  $K_0 = 0,0166$ , nicht mit dem nach Fig. 5 (a. a. O. S. 28) für 1905 06 wahrscheinlichen Wert 0,025 durchzuführen. Für die seitlichen Teilgletscher wurde die a. a. O. S. 26 Zeile 12 v. u. angedeutete Veränderung im Zug der Bewegungslinien im Firn sinngemäß ebenfalls vorgenommen. Die der Eistiefe entsprechende Änderung von  $\mu_z$  wurde auch für das Firngebiet beibehalten, weil sichere Angaben über ein anderes Verhalten des Eises als im Zungenbereich bis jetzt nicht vorliegen.

Soweit es auch nur annähernd möglich ist, also für die Teilgletscher »4—5« bis »12—13«, wurden nun die Leistungsdiagramme

für jeden einzeln, unabhängig von den anderen\*), ermittelt. Dabei ergab sich jeweils die Lage des AQ., wie sie in der folgenden Tab. 2 Zeile 2 u. 3 eingetragen ist. Diese enthält auch die Bewegungsdrücke  $D_0$  im AQ.

Tab. 2

Teilgletscher	„4—5“	„5—6“	„6—7“	„7—8“	„8—9“	„9—10“	„10—11“	„11—12“	„12—13“
Seehöhe m (1905)	2862	2862	2845	2835	2834	2839	2839	2841	2842
Querprofil	XII—XIII	XII—XIII	XII	XI—XII	XI—XII	XI—XII	XI—XII	XII	XII
$D_0$ kg/cm <sup>2</sup>	9,7	11,0	10,6	11,5	12,2	11,5	11,0	10,6	9,5

Die Lage des AQ. wechselt ungefähr wie die topographischen Verhältnisse der Eisoberfläche und des Untergrundes. Für den Lang-

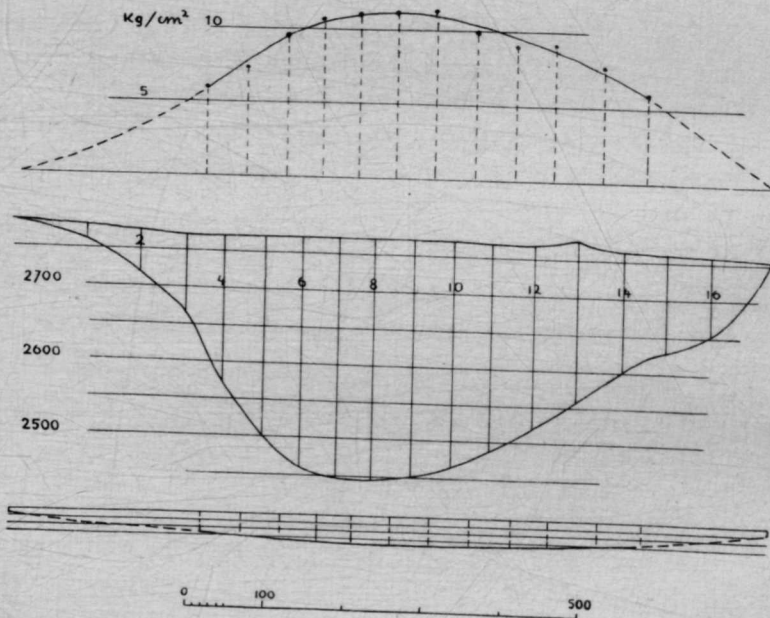


Fig. 2

taufere Zufluß kann nur annähernd die Lage des AQ. im Teilgletscher »14—15« am Fuß des Eisbruches bei etwa 2840 m Seehöhe (1905)

\*) Aber mit Beachtung der Seitenreibung, also von  $dv/dy$  und  $\mu_y$  sowie Gl. (2).

angegeben werden; für die anderen Teilgletscher fehlen hier die nötigen Messungen. Die Größe des Bewegungsdruckes im AQ. liegt für die mittleren Teilgletscher zwischen 11 und 12 kg/cm<sup>2</sup>; für die mehr randwärts gelegenen ergeben sich niedrigere Werte.

Etwas günstiger wird die Übersicht der Druckänderung im ebenen Querprofil X, wie sie Fig. 2 zeigt. Man bemerkt die Tendenz der Abnahme des Bewegungsdruckes, der senkrecht zur Zeichnungsebene nach vorn gerichtet ist, gegen den Rand hin sicherer; am Rand selbst müßte er für den stationären Gletscher zu Null werden. Fig 2 enthält unten auch die Darstellung der Oberflächengeschwindigkeit für die Teilgletscher im Profil X, und zwar im Maßstab dieses Querschnittes. Sie zeigt, daß  $dy, dy$  im achsialen Gletschergebiet vernachlässigt werden darf und erst gegen den Rand hin mehr und mehr anwächst. Mit der Annäherung an den Rand nimmt aber die Größe  $\mu_y$  immer mehr ab, weil der gegen die Gletscherachse gerichtete Druck kleiner wird. Der ganze für Überwindung der inneren Reibung nötige Energieaufwand beträgt hier etwa  $\frac{1}{8}$  des für die Bodenreibung nötigen, während das Verhältnis im achsialen Gletschergebiet auf weniger als  $\frac{1}{10}$  sinkt. Das ist wesentlich weniger, als nach den älteren Rechnungsergebnissen (1923 und 1929) zu erwarten war. Damals wurden größere Differenzen zwischen  $V_o$  und  $V_u$  angenommen, nämlich  $\Delta v = 0,45 V_o$  gegen  $\Delta v = 0,13 V_o$ , wie es dem Wert  $K = 0,0166$  entspricht. Es mußte aber, damit nicht eine unmögliche Eistiefe (336 m statt 313 m für das Profil X) erschien, für  $V_o$  eine relativ große Geschwindigkeit interpoliert werden (direkte Messungen der Oberfl.-Geschw. an dieser Stelle fehlen für 1905/06). Schon damals drängten die rechnerischen Ausgleichversuche zwischen den verschiedenen Messungsergebnissen (Oberfl.-Geschw., Ablation, Einsenkung der Oberfl. und Tiefbohrung) zur Annahme größerer Grundgeschwindigkeit, als sie nach der herkömmlichen Auffassung zulässig schien, aber das Ausmaß dieser Vergrößerung blieb unbestimmt. Von dieser Unsicherheit befreit die Feststellung des  $K$ -Wertes mit Hilfe des geradlinig gebliebenen Gestänges und die erst unter dem Zwang zur Erklärung dieser Geradlinigkeit gewonnene Erkenntnis, daß das durch den Druck verdichtete Eis im Gletscher der Verschiebbarkeit seiner Teilchen größeren Widerstand entgegensetzt.

Es ist nun die zeitliche Konstanz von  $K_o$  erwiesen; um aber den bei den Messungen auftretenden Verschiedenheiten gerecht zu werden, kann eine stärkere Änderung von  $K$  in der Strömungsrichtung angenommen werden, als sie bisher benützt wurde. Die jährliche Drehung



des Gestängestückes von 1901 ergab im Mittel 1901—1931  $0^{\circ} 46'$ ; die des großen Gestänges von 1904 aber  $0^{\circ} 55'$ , also doch merklich mehr für dieses, das seine Wanderung von einer um 1,2 km weiter abwärts gelegenen Stelle an begann, als jener Rest von 1901. Die seit 1932 gemessenen Neigungswinkel des großen Gestänges ergaben, bei geringer Horizontalverschiebung, noch beträchtlich größere jährliche Drehungen, als den Mittelwert  $0^{\circ} 55'$ , nämlich  $1^{\circ} 22'$  und für das Stück von 1901 um  $1^{\circ} 7'$ . Nimmt man die Drehung der Holzstäbe von den Bohrlöchern I und II, die ich in Ztschr. f. Glkde. XXIII S. 3 in Tab. 1 anführe, als sichere Größen der Drehung an (entgegen den dort S. 4 Zeile 11 von oben geäußerten Bedenken), so zeigt sich, daß weiter talwärts der Wert von K immer größer wird — wie es der Abnahme des inneren Widerstandes entspricht. Gesetzt, es sei für einen achsialen Teilgletscher

$$K_x : K_o = \mu_o : \mu_x = Z_o : Z_x ;$$

kombiniert man damit die aus der Äquivalenzbedingung abgeleitete Gleichung

$$K_x : K_o = b_o : b_x$$

so ergibt sich

$$K_x = K_o \cdot \sqrt{\frac{b_o \cdot Z_o}{b_x \cdot Z_x}} \quad (3)$$

Wenn der aus den Messungen am großen Gestänge abgeleitete Mittelwert  $K_x = 0,0169$  dem Profil IV (etwa auf halbem Weg des Gestänges) zugeordnet wird, so findet sich für den Teilgletscher »7—8«  $K_o = 0,0132$ , sowie  $\mu_o = 226 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  und  $\Delta\mu = 1,4 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  je Meter Eistiefe. Die neue Berechnung von dg, dr und ds ergibt die für den A.Q. gültige Gleichung  $dg = dr + ds$  an fast der gleichen Stelle wie früher (Tab. 2), recht gut erfüllt (fast ohne Fehler gegen  $3,8\%$  vorher) und für  $E_o$ , den aus der Gleichung  $G = R + S$  (Energiebedingung für den ganzen Teilgletscher) ermittelten Energiebetrag, der im A.Q. aus dem Firn an die Zunge abgegeben wird, findet sich fast der gleiche Wert, wie früher. Auch in den anderen Profilen bleiben die Energiebeträge fast ungeändert; aber das Verhältnis des Reibungsaufwandes an der Sohle gegen jenen der inneren Reibung wird ein anderes; im Mittel 14:1. Die Bewegungsdrucke erfahren auch kleine Änderungen, welche zu etwas geringeren Abweichungen führen, als die entsprechenden Zahlen der Tab. 2. Die Zulässigkeit der Gl. (3) wird also von hier aus nicht anzuzweifeln sein. — Bei der Zeichnung der Fig. 2, Beilage 1 a. a. O., tritt nun an Stelle der dort S. 7 erwähnten

»Ausgleichung aller Messungsergebnisse« eine »gesetzmäßige« Zunahme der Gestängeneigung und die Anwendung des zweiten Verfahrens zur Ortsbestimmung der Bohrerspitze. Die erhaltenen Stellen ergeben für den untersten Punkt des Gestänges eine Rechtsverschiebung, die für 1908 in jener Figur 2,5 mm, für 1913 und 1922 Null ausmacht, dann in eine Linksverschiebung übergeht mit den Höchstbeträgen 2,5 mm für 1919 und 1,5 mm für 1933. Die Sohle des Teilgletschers erfährt 1905 bis 1916 in der Figur eine Senkung von 0,3 mm im Mittel, 0,5 mm maximal (1909), Null für 1913 und 1922, dann eine Hebung von 0,3 mm im Mittel und 0,6 mm maximal (1919). Sie geht fast genau durch den eingezeichneten Sohlenpunkt des Profils III und stellt damit eine kleine Verbesserung der Figur dar. Auch diese Änderungen, welche nur einen kleinen Teil der bei den Bohrungen auftretenden Unsicherheit der Eistiefen ausmachen, sprechen nicht gegen die Brauchbarkeit von Gl. (3). Diese kann als gültig angesehen und weiter verwendet werden. Geschieht dies, so erhält man die bereits mitgeteilten Werte  $K_0 = 0,0132$ ,  $\rho_{0,z} = 226 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  und  $\Delta\mu = 1,40 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  je Meter Tiefe des Eises (von der Dichte  $0,9167 \cdot (1 + 34 \cdot 10^{-6}p)$ ) oder  $\Delta\mu = 15,2 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  je  $\text{kg/cm}^2$  Druck, als **z. Z. beste Werte** für für den Hintereisferner. Weil aber Gl. (3) auch für jeden diesem ähnlich gebauten Gletscher besteht, so folgt, daß  $K_0 = 0,0132$  auch für diesen gilt. Dieses Ergebnis ist darauf zurückzuführen, daß auch  $\sin \alpha_0$  ( $\sim \text{tg } \alpha_0$ ) fast den gleichen Wert 0,0666 behält, wie für Hintereis;  $\alpha_0$  ist ja der Reibungswinkel. Abwärts (und auch aufwärts) vom A.Q. ist  $K_x$  wahrscheinlich von den Neigungsverhältnissen der Gletschersohle abhängig; die bisherigen Beobachtungen lassen darüber noch keine näheren Angaben zu.

$K_0 = 0,0132$ ,  $f = 0,0666$ ,  $\Delta\mu = 15,2 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  je  $\text{km/cm}^2$  sind also die aus den Messungen am Hintereisgletscher hervorgehenden, für die Gletscher allgemein gültigen Konstanten, zu denen noch der für druckfreies Eis gültige Reibungskoeffizient  $\mu = 1 \cdot 10^{13} \text{ g cm}^{-1} \text{ sek}^{-1}$  kommt. (Die s. Z. bei meinen Bestimmungen dieser Zahl festgestellte Zunahme mit der Dauer der Belastung ist sehr wahrscheinlich auf das Auftreten von  $\Delta\mu$  zurückzuführen.) Kennt man von einem Gletscher die Tiefe im A.Q., so läßt sich auch die Differenz  $\Delta v$  von Oberflächen- und Grundgeschwindigkeit angeben. Man findet z. B. für<sup>9)</sup>

<sup>9)</sup>  $\Delta V$  ist die Verdichtung des Eisvolumens  $V$  durch den Vertikaldruck an der Sohle,  $t^\circ\text{C}$  die an der Sohle bestehende Druck-Schmelztemperatur,  $\delta$  Dichte des Eises an der Sohle.

Tab. 3

Gletscher	Tiefe	$\mu_0 : 10^{18}$	$\Delta v$	$\Delta V$	$-t^{\circ}C$	$\delta$
Hintereis . . . . .	322 m im AQ.	226	4,25	$0,52 \cdot 10^{-3} \cdot V$	0,22	0,9172
Alatsch . . . . .	690 m im AQ.	483	9,10	1,12 " "	0,48	0,9178
Fedtschenko . . . . .	1000 m im AQ.	700	11,9	1,64 " "	0,69	0,9182
Grönlandeis . . . . .	1800 in 120 km Küstenabstand	1260	23,8	2,92 " "	1,25	0,9194

wenn angenommen wird, daß das Verhältnis  $D_x : D_y : D_z$  das gleiche bleibt, wie beim Hintereis.

Beim Fedtschenko-Gletscher ist die Oberflächengeschwindigkeit nahe dem AQ. mit 173 cm/Jahr gemessen; man hätte hier mit der Sohlengeschwindigkeit 161 m zu rechnen:

Die Berechnungen für die einzelnen Teilgletscher des Hintereisferners ergaben die in Tab. 4 eingetragenen und in Fig. 3 verwendeten Zahlen für die Horizontalkomponenten der Bewegungsdrucke im Zungenbereich des Gletschers. Dies sind die wirklichen horizontalen Schubkräfte, welche für alle Punkte einer Vertikalen gleichbleibend, in der Gletscherzunge auftreten. Bewegungsdrucke von der Größenordnung  $90 \text{ kg/cm}^2$  kommen im Hintereis und wohl auch in anderen Gletschern nicht vor, außer unmittelbar an Bewegungshindernissen der Gletscher-sole, etwa dort, wo Ausheben oder Abbrechen von Gesteinsstücken durch das bewegte Eis stattfindet. Fig. 3 hat an Stelle der früher (Ztschr. f. Glkde. XIX S. 229 u. 234) gegebenen Druckverteilung im Längs- und Querschnitt des Hintereisferners zu treten.

Teilgletscher

Tab. 4

Profil	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12	12-13	13-14	14-15
XII	1,9	4,0	7,1	10,2	11,2	11,4	11,0	10,9	10,3	9,8	9,7	7,7	—
XI	2,3	4,5	7,2	10,6	10,2	11,4	11,0	10,3	9,9	9,7	9,6	8,0	—
X	2,2	4,8	6,4	10,2	10,6	11,3	10,9	11,0	9,7	8,8	8,4	6,9	6,8
IX	1,9	4,2	5,8	9,6	9,8	10,1	8,3	9,2	7,5	6,7	6,5	5,1	4,3
VIII	1,4	3,1	5,4	7,5	7,4	7,0	7,5	7,7	6,2	5,6	4,8	3,2	3,0
VII	—	1,6	4,1	6,9	6,2	6,1	6,4	7,0	5,1	4,8	3,7	2,4	2,6
VI	—	0,6	2,6	4,7	4,6	4,6	5,2	5,4	3,8	3,7	3,1	1,7	1,1
V	—	0,4	1,6	3,7	3,7	3,9	4,2	4,5	3,6	2,8	2,7	1,8	—
IV	—	—	0,4	2,4	2,4	2,7	2,7	3,2	2,3	2,3	2,2	0,8	—
III	—	—	0,1	1,1	1,1	2,0	2,0	2,1	1,8	1,0	1,5	—	—
IIa	—	—	0,03	0,5	0,3	1,2	1,5	1,6	1,4	0,9	1,0	—	—
II	—	—	—	0,4	0,3	0,9	1,0	1,2	0,7	0,3	—	—	—
I	—	—	—	0,2	0,05	0,8	0,8	0,8	0,3	—	—	—	—
AB	—	—	—	—	—	0,3	0,3	0,5	—	—	—	—	—



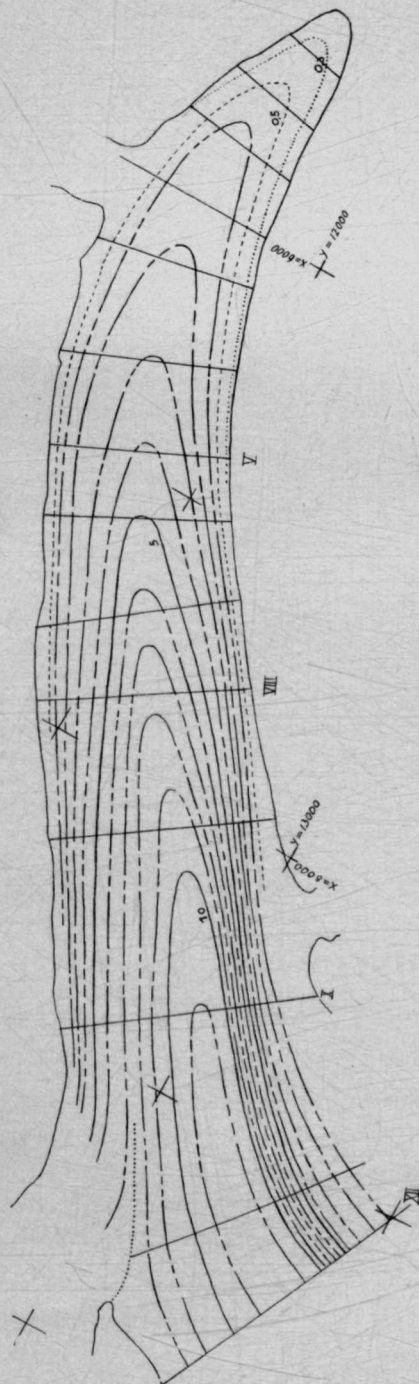


Fig. 3. Bewegungsdruck in der Hintereisferner-Zunge 1905 kg/cm<sup>2</sup>

Die hier vertretene Auffassung über die Zunahme der inneren Reibung im Gletscher mit zunehmendem Druck bringt auch eine Erleichterung des Verständnisses für die erodierende Wirkung des Gletschers. Es konnte immer angeführt werden, daß die an der Gletschersohle im Eis steckenden Gesteinstrümmer wegen der Druckschmelzung leichter in das Eis eindringen, als hartes Gestein anzugreifen. Nun ergibt sich, daß der beim Schleifen und Zerbrechen des Felses auftretende Gegendruck das Eindringen ins Eis erschwert, weil er dessen Dichte vergrößert. Ausheben gelockerter Platten aus dem Gestein des Gletscherbettes, Abbrechen der Schichtköpfe, Schaffung der breitsohligen Trogformen durch die mit dem Eis bewegten Gesteinstrümmer der Untermoräne, das alles ist leichter zu glauben, als mit der bisherigen Annahme einer Erweichung des Eises unter allseitigem Druck.

---

Anmerkung der Schriftleitung. Die Leitung der Zeitschrift kann sich der Ansicht des Herrn Verfassers, daß Eis unter allseitigem Druck härter bzw. schwerer beweglich werde, nicht anschließen, solange nicht weitere Versuchsergebnisse nach dieser Richtung, besonders z. B. Präzisionsmessungen der Konstanten des Eises, vorliegen.

---

# Prüfung der neuen pollenanalytischen Methode der Gletscherforschung an Hand eines Firnprofils von bekannter Entstehungszeit

VON VOLKMAR VARESCHI

(Aus dem Geobotanischen Forschungsinstitut Rübel in Zürich)

Mit 5 Abbildungen

## I

In seiner Mitteilung »Zwanzig Jahre Firnbeobachtung«<sup>1)</sup> berichtet Dr. R. STREIFF-BECKER über die sorgfältigen, langjährigen Untersuchungen der Züricher Gletscherkommission am Claridenfirn, in deren Verlauf unter anderem Schneehöhemessungen durchgeführt wurden. Die Ablesung des sukzessiven Firnzuwachses, beziehungsweise der zeitweiligen Firnrückgänge, wurde an auf der Eisoberfläche schwimmenden Schneepegeln — sogenannten Bojen — vollzogen.

Als im Sommer 1934 die Spitze einer seit Jahren im Gletschereis versunkenen Boje wieder auftauchte und STREIFF, der diese Boje im Jahre 1926 eingesetzt hatte, daran ging, dieselbe wieder auszugraben, bot er mir eine ganz einzigartige Gelegenheit, die neue pollenanalytische Methode der Gletscherforschung<sup>2)</sup> an einem »geeichten« Profil nachzuprüfen. Der Firnzuwachs an dem Platz, wo sich die Boje befindet, war ja von STREIFF von Jahr zu Jahr so genau verfolgt worden, daß man die einzelnen ausgegrabenen Firnschichten nach ihrer Entstehungszeit datieren konnte. Zwei aus den Jahren 1924 und 1926 stammende Ockerstreichschichten, die wieder ans Licht kamen, ergaben in dem 11 Jahre umfassenden Profil sichere Fixpunkte.

Wenn die pollenanalytische Methode zu Recht besteht, mußte sich erweisen, daß der Pollengehalt

<sup>1)</sup> R. STREIFF-BECKER: Zwanzig Jahre Firnbeobachtung. Z. f. Glkde. 1936.

<sup>2)</sup> Vgl. die vorläufigen Mitteilungen darüber; V. VARESCHI: Pollenanalysen aus Gletschereis, Bericht Geobot. Institut Rübel 1934, Zürich 1935. Ders.: Blütenpollen im Gletschereis, eine neue glaziologische Methode. Z. f. Glkde, 23. 1935.