Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, Band 16, Heft 2 (1980), 241—254

DIE REAKTION DER SCHNEEGRENZE AUF KLIMASCHWANKUNGEN

Von MICHAEL KUHN, Innsbruck

ZUSAMMENFASSUNG

Die Veränderung der Höhe der Schneegrenze oder Gleichgewichtslinie eines Gletschers wird als Folge von Änderungen des Energie- und Massenhaushalts dargestellt. Als Variable treten Temperatur, Niederschlag und Strahlungsbilanz in stark vereinfachten, linearen Gleichungen auf, deren Koeffizienten an Messwerten aus den Ötztaler Alpen geeicht werden.
An zwei praktischen Beispielen, der Änderung der Gleichgewichtslinie vom Nordrand zur Mitte der Ostalpen und der Ableitung der Niederschlagsverhältnisse im Spätglazial, wird die Verwendbarkeit der Schneegrenze als Klimaindikator demonstriert.

THE REACTION OF THE SNOW LINE TO CLIMATIC FLUCTUATIONS

SUMMARY

The adjustment of the altitude of the snow line or equilibrium line of a glacier to changes in the energy and mass balance is formulated using precipitation, temperature and radiation balance as independent parameters. The coefficients of strongly simplified, linear equations are calibrated with actual observations and measurements in the central eastern Alps.
Two examples, the variation of the equilibrium line altitude from the northern to the central part of the Alps and the computation of temperature and precipitation during a late glacial advance, are used to demonstrate the value of the snow line as climatic indicator.

1. ÜBERBLICK

Wir sind es gewöhnt, in alten Strandlinien, in den Pollenprofilen von Torfmooren, in den Abfolgen von Baumringen und in den Moränen von Gletscherzungen Zeugen vergangener Klimazustände zu sehen, sie zu datieren und durch den Vergleich mit den heute herrschenden Bedingungen die früheren zu quantifizieren. Neben der Wahl der passenden Datierungsmethode, auf die hier nicht eingegangen werden soll, ist dabei die Übertragung der heutigen Zustände auf die frühere Situation eine der wesentlichen Voraussetzungen der Paläoklimatologie. Diese Übertragungen können den Charakter von Zirkulations- oder Klimamodellen haben, die eine Entwicklung Schritt für Schritt nachvollziehen und großräumig anwendbar sind; oder sie können die klimatischen Prozesse durch leicht faßbare Größen parametrisieren, sind dann wegen der verwendeten Linearisierungen nur für geringe Klimaänderungen anwendbar und sind räumlich beschränkt, so daß zum Beispiel nur die Vertikalkoordinate neben der Zeit als unabhängige Variable auftaucht. Die vorliegende Arbeit soll ein Beispiel für diesen Typ der Parametrisierung geben und zeigen, welche Schlüsse von einer beobachteten Änderung der Höhe der Schneegrenze oder Gleichgewichtslinie eines Gletschers auf vorangegangene Änderungen von Temperatur, Niederschlag und Strahlungsbilanz gezogen werden können.
Bei allen Übertragungen scheint es zweckmäßig, stark zu vereinfachen, den Wissensstand einzelner Disziplinen wie z. B. der Pflanzenphysiologie, der Mikrometeorologie oder der Glaziologie als ausreichend anzunehmen und aus diesem Angebot die passenden Variablen und Formulierungen auszuwählen. Passende Variable sind dabei solche, die in allen beteiligten Prozessen einen hohen Anteil der Varianz

erklären und möglichst kurze Reaktionszeiten haben, passende Formulierungen sind alle jene, die einen linearen Zusammenhang zwischen den ausgewählten Variablen beschreiben. Bei der Wahl der Parameter für paläoklimatologische Probleme ist schließlich noch wichtig, wie weit die zugrundeliegende Beobachtung oder Probe repräsentativ ist.

In den angeführten Beispielen haben zweifellos die Meeresspiegelschwankungen den räumlich weitesten Geltungsbereich, wogegen Baumringe als Indikatoren des früheren Mikroklimas die engste räumliche und zeitliche Auflösung bieten. Gletscher dagegen scheinen als Klimaindikatoren Unterschiede auf Distanzen von 10—100 km aufzulösen und auf Vorgänge in Zeitspannen von der Größenordnung einer Dekade zu reagieren. So hat zum Beispiel bei einigen Ostalpengletschern der seit den sechziger Jahren oft positive Massenhaushalt schon zu neuen Endmoränen geführt. Es sei jedoch betont, daß die Reaktionsgeschwindigkeit eines Gletschers sehr stark von der Größe und Topographie abhängt, wie man am unterschiedlichen Verhalten von Kesselwand- und Hintereisferner in engster Nachbarschaft sieht.

2. DER SCHLUSS VON MORÄNEN AUF DAS KLIMA

Die Rekonstruktion des Paläoklimas aus Moränen wird dadurch kompliziert, daß ein Gletscher primär nur mit einer Massenänderung auf eine Klimaänderung reagieren kann. Diese Masse fließt gletscherabwärts, wobei das Fließen des Eises seinerseits vom Massenhaushalt oder von der Temperatur abhängt. Als sekundärer Effekt ändert sich die Länge des Gletschers und damit manchmal die Lage seiner Moränen. Ob dabei die vorausgehende Klimaänderung so lange angedauert hat, daß die Ausdehnung des Gletschers einen neuen, stationären Wert annehmen konnte, ist der Moräne nicht anzumerken. Selbst wenn dies der Fall war, ist zwar die Rekonstruktion der vorausgegangenen Massenhaushaltsänderung unter gewissen Voraussetzungen möglich, eine eindeutige Aussage über die vorausgegangene Klimaänderung jedoch nicht ohne zusätzliche Information. Ein positiver Massenhaushalt kann zum Beispiel gleich gut durch erhöhten Niederschlag wie durch erniedrigte Temperatur zustandekommen, wobei überdies die eine mit der anderen Störung Hand in Hand gehen kann.

Es ist also an dieser Stelle folgendes festzuhalten:

- Die Lage einer Moräne ändert sich nicht linear mit dem Massenhaushalt.
- Eine Moräne kann entstehen, ohne daß der Gletscher einen stationären Zustand erreicht hat.
- Aus einer Massenhaushaltsänderung kann ohne zusätzliche, unabhängige Information kein einzelner Klimaparameter wie Niederschlag oder Temperatur rekonstruiert werden.

3. DIE ROLLE DER EISBEWEGUNG

Wenn ein stationärer Zustand vorausgesetzt wird, wie das zum Beispiel beim Vorstoß von 1850 bei den meisten Ostalpengletschern der Fall gewesen sein mag, wird auf der Zunge das von der atmosphärischen Energiebilanz gesteuerte Abschmelzen durch das Nachfließen von Eis ausgeglichen, vom Nährgebiet wird dagegen der Überschuß, den Niederschlag und Wind bestimmen, durch das Abfließen von Eis nach unten ausgeglichen. Die Formulierung der Beziehung zwischen Massenhaushalt und Klimaparametern, z. B. Energiebilanz und Niederschlag, wird dabei durch die Eisbewegung kompliziert.

Die zeitliche Änderung $\partial m/\partial t$ der Eismasse, die in einer Säule über einem Flächenelement im Gletscheruntergrund liegt (Dimension Masse pro Fläche pro Zeit), kann durch drei Prozesse bewirkt werden:

A. DURCH DEN MASSENHAUSHALT DER OBERFLÄCHE

$$\dot{b} = \dot{c} + \dot{a} = \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_b \tag{1}$$

wobei $\dot{a}$ und $\dot{c}$ die Ablations- und Akkumulationsraten sind. Konventionell (Hoinkes 1970) wird hier die Ablationsrate und die Ablation als stets kleiner als Null angenommen.
Die Integration über ein Jahr (z. B. das hydrologische Jahr vom 1. Oktober bis zum 30. September) ergibt die spezifische Akkumulation c, spezifische Ablation a und spezifische Massenbilanz b, so daß

$$b = c + a \tag{2}$$

Die Dimension der Massenbilanz ist Masse pro Fläche oder äquivalente Wasserhöhe (z. B. kg m^{-2} oder mm).

B. DURCH DAS PLASTISCHE FLIESSEN DES EISES

Wird mit v_x die Komponente der Bewegung in der Längsrichtung x in einer Ebene parallel zum Untergrund bezeichnet, mit v_y die Komponente in der selben Ebene im rechten Winkel zu v_x, mit v_z die senkrecht zu dieser Ebene nach oben gerichtete und mit ρ_i die Dichte des Eises, dann ist der Massenfluß

$$\rho_i \vec{V} = \rho_i v_x + \rho_i v_y + \rho_i v_z. \tag{3}$$

Wenn sich die Dichte des Eises weder mit der Zeit noch mit dem Ort ändert, was für den Großteil der Masse (oder des Volumens) eines Alpengletschers zutrifft, dann gilt für ein bestimmtes Volumen die Kontinuität des Massenflusses:

$$\Delta . (\rho_i \vec{V}) = \rho_i \Delta . \vec{V} = \rho_i \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = 0 \tag{4}$$

Diese Form der Kontinuitätsgleichung kann zum Beispiel auf die Änderung der Bewegungsrichtung in einer Gletscherzunge angewendet werden.

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = - \frac{\partial v_z}{\partial z} \tag{5}$$

Wo die Verlangsamung der Vorwärtsbewegung $\partial v_x/\partial x < 0$ ein Anwachsen der Vertikalbewegung nach oben $\frac{\partial v_z}{\partial z} > 0$ bewirkt, wenn der Gletscher nicht zugleich seitlich auseinanderfließt ($\partial v_y/\partial y = 0$). Wird Gleichung (4) über die gesamte Dicke des Gletschers integriert, wobei $\partial v_y/\partial y = 0$ gesetzt werden soll,

$$-\rho_i \int_{z=0}^{H} \frac{\partial v_x}{\partial x}\, dz = \rho_i \int_{z=0}^{H} \frac{\partial v_z}{\partial z}\, dz = \rho_i v_z (H) = \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_v \tag{6}$$

so wird damit der Anteil der lokalen Massenänderung bestimmt, der von der Divergenz des horizontalen Massenflusses (hier nur der X-Richtung, also der Verlangsamung der Vorwärtsbewegung) stammt.

C. DURCH DIE GLEITBEWEGUNG

Schließlich muß noch die Möglichkeit beachtet werden, daß sich eine Gletscherzunge keilförmig oder bulldozerartig vorschiebt. Dann wird die Massenänderung durch das Oberflächenprofil $\partial H/\partial x$ mitbestimmt, die Änderung der Dicke H in der Bewegungsrichtung x.

$$(7) \qquad -\rho_i v_{ox} \frac{\partial H}{\partial x} = \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_g$$

Die Geschwindigkeit v_{ox} herrscht in der Höhe $z = 0$ am Gletscheruntergrund und wird die Gleitkomponente der Gletscherbewegung genannt.

D. GRÖSSENVERGLEICH

Mit den Gleichungen (1), (6) und (7) wird die lokale Änderung der Masse über einer Grundfläche

$$(8) \qquad \frac{\partial m}{\partial t} = \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_b + \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_v + \left(\frac{\delta m}{\delta t}\right)_g = \dot{b} + \rho_i v_z(H) - \rho_i v_{ox} \frac{\partial H}{\partial x}$$

d. h. die lokale zeitliche Massenänderung wird durch die spezifische Massenbilanz an der Oberfläche, die Vertikalbewegung des Eises und durch die Massenadvektion bestimmt.

Die drei Glieder der Gleichung (8) haben an verschiedenen Stellen eines Gletschers verschiedene relative Bedeutung. Die Massenbilanzrate reicht zum Beispiel am Hintereisferner in ausgeglichenen Haushaltsjahren von -5000 kg m^{-2} a^{-1} auf der Zunge bis $+1000$ im Firngebiet (Hoinkes 1970, Kuhn 1981). Nimmt man für v_{ox} einen Wert von 11 m a^{-1} an (vergleiche Paterson 1981, Tab. 5.1), für die Dickenänderung 1 m pro 100 m, so wird die Gleitkomponente $\rho_i v_{ox} \partial H/\partial x = 100$ kg m^{-2} a^{-1} oder eine Größenordnung kleiner als die Massenbilanzrate.

Wird der stationäre Zustand eines Gletschers dadurch gekennzeichnet, daß sich seine Oberfläche nicht verändert, so gilt überall $\frac{\partial H}{\partial t} = 0$ und $\frac{\partial m}{\partial t} = 0$, so daß

$$(9) \qquad \dot{b} = -\rho_i v_z(H) + \rho_i v_{ox} \partial H/\partial x$$

Dies ist eine der einfachsten Gleichungen, die für die Zusammenhänge zwischen Klima und Eisbewegung aufgestellt werden können. Zur Anwendung auf die Lageänderung einer Endmoräne muß die räumliche Verteilung der Variablen $\dot{b}$ und $\vec{V}$ bekannt sein, so daß der Schluß von der früheren Lage eines Gletscherendes auf das frühere Klima eine sehr detaillierte Kenntnis des heutigen Zustandes voraussetzt und umfangreiche Modellrechnungen verlangt.

Einen Einblick in die Probleme der Eisbewegung kann man aus den Büchern von Lliboutry (1964), Paterson (1969, 1981) und Shumskiy (1978) gewinnen.

4. DIE BEDINGUNGEN AN DER GLEICHGEWICHTSLINIE

Wenn spezifische Akkumulation und spezifische Ablation sich im Laufe eines Jahres kompensieren, so wird die spezifische Massenbilanz Null. An der Gleichgewichtslinie, die durch diese Bedingung bestimmt ist, werden mit $\dot{b} = 0$ auch die dynamischen Glieder auf der rechten Seite von Gleichung (9) vernachlässigbar, im Gegensatz zur Situation an der Stirnmoräne, wo alle Glieder der Gleichung (8) oder (9) bedeutende Werte annehmen können.

Da an diesem lokalen Gleichgewicht also kein Massentransport beteiligt ist, kann der Ort der Gleichgewichtslinie sich ohne zeitliche Verzögerung den jährlichen Schwankungen der beteiligten Klimafaktoren anpassen. Das macht die Gleichgewichtslinie zu einem hervorragenden Instrument zur Verfolgung kurzfristiger Klimaschwankungen, das auch für säkulare Veränderungen eine optimale analytische Formulierung zuläßt, nämlich

$$a + c = b = 0 \tag{10}$$

Um dem Begriff der Gleichgewichtslinie praktischen Sinn zu geben, muß sich b auf Schnee und Eis des laufenden Haushaltsjahres (Hoinkes 1970) beziehen. Es ist dabei im Prinzip gleichgültig, ob dieser Schnee auf einem Gletscher liegt oder auf eisfreiem Grund, die topographischen Bedingungen sind jedoch auf Gletschern regelmäßiger und untereinander vergleichbarer als in unvergletschertem Gelände. Die Topographie ist im Allgemeinen so gestaltet, daß die Gleichgewichtsbedingungen (Gleichung 10) an verschiedenen Stellen in verschiedenen Höhen erfüllt ist, so daß ein Mittel dieser Höhen gebildet und von der mittleren Höhe der Gleichgewichtslinie gesprochen werden muß.

Wird einer der Faktoren, die die Akkumulation oder Ablation bestimmen, um einen kleinen Betrag gestört, so wird das Gleichgewicht in einer neuen Höhe h erreicht, die sich von der mittleren Höhe der Gleichgewichtslinie im stationären Fall h_0 um den Betrag Δh unterscheidet

$$\Delta h = h - h_0 \tag{11}$$

Wenn die vertikale Änderung $\partial/\partial z$ aller Größen, die zum Massenhaushalt beitragen, bekannt ist, kann aus der Höhenänderung Δh der Betrag der Störung in einer Komponente oder die Summe der Störung in mehreren Komponenten des Massen- und Wärmehaushalts berechnet werden.

Da sich im Allgemeinen nicht eine einzelne Größe unabhängig von anderen ändert, sind die anfangs erwähnten zusätzlichen, unabhängigen Informationen nötig, um von der Änderung der Höhe der Gleichgewichtslinie auf die Änderung eines einzelnen Klimaparameters zu schließen.

5. FORMULIERUNG DES GLEICHGEWICHTS

Der Massenhaushalt setzt sich zusammen aus:

Akkumulation:	N_f	festem Niederschlag
		Anfrieren von Schmelz- und Regenwasser
		Reifbildung
	D^+	Gewinn aus Schneeverwehungen
		Gewinn aus Lawinen
Ablation:	S	Schmelzen
		Verdunstung
	D^-	Verlust durch Schneeverwehungen
		Verlust durch Lawinen
		Kalbung

Dabei kann für Alpengletscher der feste Niederschlag und das Anfrieren von Wasser zusammen durch den Gesamtniederschlag N gut angenähert werden. Reifbildung und Verdunstung tragen in den Alpen so wenig zum jährlichen Massenhaushalt bei, daß sie gegenüber dem Niederschlag oder dem Schmelzen vernachlässigt werden können (Hoinkes, 1964), während die Kalbung, von wenigen Ausnahmen abgesehen, nur bei den Gletschern der höheren Breiten eine bedeutende Rolle spielt.
Der Überschuß aus Zuwachs und Abtrag durch Lawinen hängt stark von den Geländeformen ab und kann nicht immer vernachlässigt werden. Auf alle Fälle muß aber der Überschuß aus Ablagerung und Abtrag durch Schneeverwehungen berücksichtigt werden, der bei Talgletschern von der gleichen Größenordnung ist wie der Niederschlag (Hoinkes 1957, Kotlyakov 1973). Der Beitrag von Schneeverwehungen und Lawinen soll im Folgenden mit dem Symbol D zusammengefaßt werden. Mit diesen, für die meisten außerpolaren Gletscher gültigen Vereinfachungen wird der Massenhaushalt an der Gleichgewichtslinie

$$c = N + D \qquad \text{und } a = S$$
$$\text{oder } b = c + a = N + D + S = 0. \tag{12}$$

Durch die Ablation S wird der Zusammenhang zwischen der Massenbilanz und der Energiebilanz ΣQ hergestellt, die sich zusammensetzt aus

R Strahlungsbilanz,
V turbulenten Strömen latenter und
H fühlbarer Wärme

sowie den Energieströmen, die

M zum Schmelzen,
W zur Erwärmung oder Abkühlung der Schneedecke

verbraucht werden.

Die Energiebilanz hat die Dimension Energie pro Zeit pro Fläche (z. B. MJ $m^{-2}d^{-1}$ oder W m^{-2}). Ihre Vorzeichen sind positiv, wenn Energie zur Oberfläche fließt (gleich, ob von oben oder von unten), und negativ, wenn Energie die Oberfläche verläßt, so daß die Summe der Ströme Null bleibt

$$\Sigma Q = 0 = R + V + H + M + W. \tag{13}$$

Wie schon bei der Massenbilanz, soll auch hier die Verdunstung und der turbulente Strom latenter Wärme V vernachlässigt werden. Weiters bleibt die Wärmeleitung W gleich Null, sobald versickerndes Schmelzwasser für Isothermie der obersten Schichten sorgt. Damit wird

$$\Sigma Q = 0 = R + H + M. \tag{14}$$

Wirkt der Wärmestrom M über die Dauer der Ablation τ (z. B. 100 Tage), dann wird die Masse

$$S = \frac{\tau}{L} M = -\frac{\tau}{L}(R + H) \tag{15}$$

geschmolzen, wobei L die Schmelzwärme des Eises (333,6 kJ kg^{-1}) ist. Nach den Gleichungen (10) und (12) lautet das Gleichgewicht nun

$$b = 0 = c - \frac{\tau}{L}(R + H) = N + D - \frac{\tau}{L}(R + H) \tag{16}$$

Die Strahlungsbilanz R setzt sich aus vier Komponenten zusammen, der Globalstrahlung G, der reflektierten Sonnenstrahlung aG, wobei a die Albedo (das Reflexionsvermögen) ist, der atmosphärischen Gegenstrahlung A und der langwelligen Emission der Oberfläche E:

(17) $$R = (1 - a)\,G + A - E$$

Dabei läßt sich G mit einiger Schwierigkeit auch über die Sonnenscheindauer oder die Bewölkung ableiten. Die Albedo a und damit die kurzwellige Bilanz (1 — a) G an der Gleichgewichtslinie bleibt bis zum Ende der Ablationsperiode auf dem für Firn typischen Wert (0,5 bis 0,7), der von Wagner (1979/80) für den Hintereisferner untersucht wurde. Die Emission von einer schmelzenden Oberfläche folgt dem Stefan-Boltzmann-Gesetz

(18) $$E = \varepsilon_i\,\sigma T_i^4,$$

wobei die Emissionsfähigkeit des Schnees ε_i nahe Eins ist, T_i bei schmelzender Oberfläche 0° C annimmt. Der Wert von σ ist $5{,}67 \times 10^{-8}$ W m^{-2} K^{-4}.
Damit wird E (0° C) = 315 W m^{-2} = 27 MJ m^{-2} d^{-1}. Eine ähnliche Formulierung kann für die Gegenstrahlung verwendet werden:

(19) $$A = \varepsilon^*\,\sigma T_a^4$$

wobei unter alpinen Bedingungen und klarem Himmel $\varepsilon^* = 0{,}7$ (Kuhn 1979). Dabei ist noch die Linearisierung von A für kleine Schwankungen von T_a interessant:

(20) $$A\,(T_a + \delta T_a) = A\,(T_a) + 4\varepsilon^*\sigma T_a^3 \delta T_a$$

wobei $4\varepsilon^*\sigma 273^3 = 0{,}3$ MJ m^{-2} d^{-1} °C^{-1}.
Nach dem bewährten Konzept der positiven Gradtage kann der turbulente Wärmestrom H als lineare Funktion der Differenz der Lufttemperatur T_a und der Oberflächentemperatur T_i ausgedrückt werden

(21) $$H = \alpha(T_a - T_i).$$

Dabei ist T_i bei schmelzendem Schnee gleich Null, so daß dann

(22) $$H = \alpha T_a$$

wobei T_a die Temperatur der Luft außerhalb des thermischen Einflußbereichs des Gletschers ist. T_a kann von der nächsten Meßstation mit dem passenden vertikalen Gradienten extrapoliert werden, wozu nur bei ausgedehnten polaren Gletschern noch horizontale Gradienten berücksichtigt werden müssen (Braithwaite 1977). Die Wärmeübergangszahl α scheint für einen alpinen Talgletscher weitgehend konstant zu sein (Kuhn 1979).
Die Massenbilanz ist mit dieser Vereinfachung an jeder Stelle des Gletschers

(23) $$b(z) = c(z) - \frac{\tau}{L}\,[R(z) + \alpha T_a(z)]$$

und in der Höhe der Gleichgewichtslinie gilt im stationären Fall

(24) $$c(h_o) = \frac{\tau}{L}\,[R(h_o) + \alpha T_a(h_o)].$$

Gleichung (24) beschreibt einen stark vereinfachten, linearen Zusammenhang zwischen den drei klimatisch wichtigen Parametern Akkumulation (Niederschlag), Strahlungsbilanz und Lufttemperatur, bei dem die Höhe der Gleichgewichtslinie implizit enthalten ist.

6. VERTIKALE KOMPENSATION EINER KLIMATISCHEN STÖRUNG

Für jede Höhe z in geringer Entfernung von der Gleichgewichtslinie h_o gilt

$$c(z) = c(h_o) + \frac{\partial c}{\partial z}(z - h_o) \tag{25}$$

$$R(z) = R(h_o) + \frac{\partial R}{\partial z}(z - h_o) \tag{26}$$

$$T_a(z) = T_a(h_o) + \frac{\partial T_a}{\partial z}(z - h_o) \tag{27}$$

wobei im allgemeinen Fall in der Höhe z kein Gleichgewicht herrschen wird. Verlagert sich aber die Gleichgewichtslinie von der Höhe h_o, die sie unter stationären Bedingungen innehat, in die Höhe $z = h$, so muß dies eine Folge von Störungen δc, δR und δT_a sein. Dann werden aus den Gleichungen (25) bis (27) mit $z = h$ und $\Delta h = h - h_o$ die Zustände

$$c(h) = c(h_o) + \frac{\partial c}{\partial z}\Delta h + \delta c \tag{28}$$

$$R(h) = R(h_o) + \frac{\partial R}{\partial z}\Delta h + \delta R \tag{29}$$

$$T_a(h) = T_a(h_o) + \frac{\partial R}{\partial z}\Delta h + \delta T_a \tag{30}$$

Diese Gleichungen beschreiben die Adjustierung der Gleichgewichtslinie von der Höhe h_o auf h, in der die Komponenten des Massenhaushaltes die Störungen δ mit der Reaktion $\frac{\partial}{\partial z}\Delta h$ ausgleichen.

In der Höhe h herrscht Gleichgewicht analog zu Gleichung (24), so daß

$$c(h) = \frac{\tau}{L}[R(h) + \alpha T_a(h)] \tag{31}$$

Werden die beiden Gleichgewichtszustände (31) und (24) verglichen, so folgt mit (28) bis (30)

$$\begin{aligned} c(h) - c(h_o) &= \frac{\partial c}{\partial z}\Delta h + \delta c = \\ &= \frac{\tau}{L}\left[\frac{\partial R}{\partial z}\Delta h + \delta R + \alpha\left(\frac{\partial T_a}{\partial z}\right)\Delta h + \alpha\delta T_a\right] \end{aligned} \tag{32}$$

Gleichung (32) beschreibt die Reaktion der Gleichgewichtslinie auf geringfügige Klimaschwankungen. Dabei ist Δh beobachtet, δc, δR, δT_a sind gesucht und $\partial c/\partial z$, $\partial R/\partial z$ und $\partial T_a/\partial z$ sind typische Werte, deren heutige Jahresmittel mit einiger Gewißheit angegeben werden können.
In der einen Gleichung (28) erscheinen also zunächst sechs Unbekannte, die durch die eingangs erwähnte Übertragung der heutigen auf frühere Verhältnisse auf drei Unbekannte reduziert werden. Ohne weitere Bestimmungsstücke können aber wenigstens Extremwerte für δc, δR, δT_a festgelegt werden, wenn jeweils zwei der drei Störungen gleich Null gesetzt werden. Das soll im folgenden Beispiel für eine vorgegebene Verlagerung Δh der Gleichgewichtslinie geschehen.

7. ZAHLENBEISPIEL

Die Zahlenwerte, die für die einzelnen Größen verwendet werden, stammen aus den Untersuchungen des Instituts für Meteorologie und Geophysik der Universität Innsbruck (Hoinkes 1970, Kuhn et al. 1979, Wagner 1979/80, Kuhn 1981) und gelten für den zentralen Teil der Ostalpen.
Hier gilt

$\partial c/\partial z = 1 \text{ kg m}^{-2}\text{ m}^{-1} = 1 \text{ mm m}^{-1}$ für die Änderung der Akkumulation mit der Höhe und

$\tau = 100 \text{ d}$ für die Dauer der Ablationsperiode.

Globalstrahlung und atmosphärische Gegenstrahlung haben geringe und entgegengesetzte Gradienten. Wenn auch die Albedo sich an der Gleichgewichtslinie rasch mit der Höhe ändert, so ist dieses typische Muster nicht ortsfest, sondern wandert mit der Gleichgewichtslinie mit. Die langwellige Emission von der Oberfläche ändert sich nicht mit der Höhe, solange $T_i = 0$. Die Änderung der Strahlungsbilanz ist bei einer Verlagerung der Gleichgewichtslinie von untergeordneter Bedeutung:

$$\partial R/\partial z = 0$$

Die Änderung des turbulenten Austausches wird bestimmt durch

$$\partial T_a/\partial z = -0{,}006 \text{ °C m}^{-1}$$
$$\alpha = 1{,}7 \text{ MJ m}^{-2}\text{ d}^{-1}\text{ °C}^{-1}$$

Werden diese Zahlenwerte in Gleichung (32) eingesetzt, so folgt für $\Delta h = 100$ m

$$100 + \delta c = 0{,}3 \times 10^{-3} (\delta R - 1{,}7 \times 10^6 \,.\, 0{,}6 + 1{,}7 \times 10^6 \,\delta T_a)$$

oder

(33) $$400 = 0{,}3 \times 10^{-3}\,\delta R + 500\,\delta T_a - \delta c \text{ (kg m}^{-2})$$

Die Gleichgewichtslinie wandert also um 100 m aufwärts, wenn entweder

(34) $\delta c = -400$: die Jahresakkumulation um 400 kg m^{-2} abnimmt, oder

(35) $\delta R = 400/(0{,}3 \times 10^{-3})$: die Strahlungsbilanz um 1,33 MJ m^{-2} d^{-1} zunimmt, oder

(36) $\delta T_a = 400/500$: die Lufttemperatur um 0,8° C zunimmt.

Dabei ist bemerkenswert, daß die Temperaturstörung δT_a, die zu einer Erhöhung der Gleichgewichtslinie um 100 m führt, größer sein muß, als die Änderung der Tempe-

ratur bei einer Höhenänderung um 100 m in der Atmosphäre, weil die Akkumulation mit der Höhe zunimmt.
Gleichung (32) zeigt, wie die Höhe der Gleichgewichtslinie auf eine einzelne oder auf eine Kombination von mehreren Schwankungen reagiert, sie kann aber nicht voraussagen, welche relative Bedeutung δT_a, δR und δc dabei haben. Um dies abzuschätzen, können die Störungen mit der Standardabweichung der drei Parameter verglichen werden. Die folgenden Werte sollen dazu wieder ein Zahlenbeispiel vom Hintereisferner und seiner Umgebung geben:
Station Hintereis, 3030 m, 1. Mai bis 30. September 1969—1978:

$$\overline{T} = 0{,}4^\circ\,C \qquad \sigma_T = \pm 0{,}8^\circ\,C \tag{37}$$

Schacht Teufelsegg (Hintereisferner, 3070 m), 1. Oktober bis 31. Mai 1966/67—1977/78 ohne 1969/70:

$$\bar{c} = 1620\ kg\ m^{-2} \qquad \sigma_c = \pm 540\ kg\ m^{-2}\ (38\,\%) \tag{38}$$

Totalisator am Rand des Hintereisferners, 2970 m, im selben Zeitraum wie c:

$$\overline{N} = 816\ kg\ m^{-2} \qquad \sigma_N = \pm 213\ kg\ m^{-2}\ (26\,\%) \tag{39}$$

Zur Abschätzung der Standardabweichung der Strahlungsbilanz liegen keine zehnjährigen Reihen vor, so daß hier einige grobe Vereinfachungen zur Hilfe genommen werden müssen. Die Sonnenscheindauer in Vent (1900 m) in der Zeit vom 1. Mai bis 30. September hatte in den 10 Jahren 1968 bis 77 eine Standardabweichung von $\pm 6\,\%$. Wird diese Streuung auf das von Wagner (1979/80) in 2960 m Höhe am Hintereisferner in der Zeit von 6. Juli bis 30. September 1971 gemessene Mittel der kurzwelligen Strahlungsbilanz K von rund 10 MJ $m^{-2}\,d^{-1}$ angewandt, so wird $\sigma_K = \pm 0{,}6$ MJ $m^{-2}\,d^{-1}$. Dabei bleibt allerdings die jährliche Schwankung der Albedo aus Mangel an besserem Wissen unberücksichtigt. Solange eine schmelzende Oberfläche vorausgesetzt wird, hat die langwellige Emission (Gleichung 18) keine Schwankung von Jahr zu Jahr. Dagegen wird sich nach der Parametrisierung der atmosphärischen Gegenstrahlung (Gleichung 20) in der Strahlungsbilanz noch eine Schwankung

$$\sigma_A = 0{,}3\ \sigma_T = \pm 0{,}24\ MJ\ m^{-2}\ d^{-1}$$

bemerkbar machen. Mit dieser durch Messungen wenig gestützten Abschätzung wird

$$\sigma_R < 0{,}84\ MJ\ m^{-2}\ d^{-1} \tag{40}$$

Mißt man nun die Wahrscheinlichkeit des Eintretens einer Störung δc, δR, δT_a an den jeweiligen Standardabweichungen σ_c, σ_R, σ_T so findet man mit den Gleichungen (34) bis (40)

$$\delta c/\sigma_c = 0{,}74 \tag{41}$$

$$\delta R/\sigma_R > 1{,}58 \tag{42}$$

$$\delta T_a/\sigma_T = 1{,}0 \tag{43}$$

Die Statistik, die c, R, T_a als voneinander unabhängig behandelt, zeigt also, daß in den zugrunde gelegten zehn Jahren an einer Schwankung der Höhe der Gleichgewichtslinie am ehesten Schwankungen in der Akkumulation beteiligt sind, am wenigsten Schwankungen in der Strahlungsbilanz.

Die Kraft einer solchen Aussage ist jedoch begrenzt, denn es ist ungewiß, ob die physikalischen Zusammenhänge, die im zehnjährigen Ausgangsmaterial erfaßt wurden, auch für den gestörten Zustand gelten, ob also eine statistische Vorhersage in diesem Fall physikalisch sinnvoll ist. Außerdem wurden c, T_a und R als von einander unabhängig behandelt.
Berücksichtigt man diese Ungewißheiten, so kann man die Gleichungen (41) bis (43) auch gröber interpretieren und die Beteiligung der Störungen in der Akkumulation, Strahlungsbilanz und Lufttemperatur der Größenordnung nach gleichsetzen. Selbst eine so grobe Aussage scheint signifikant, wenn man die Unbekümmertheit betrachtet, mit der in der Literatur die Änderungen der Gleichgewichtslinie oder Schneegrenze mit der Temperatur allein erklärt werden.

8. WIRKUNG UND WECHSELWIRKUNG

Wenn die Störungen einer Reihe von beliebigen Variablen x, y, z voneinander so abhängen, daß im Zeitpunkt t_1, t_2, t_3 ...

(44)
$$\begin{aligned} \delta y(t_2) &= f_1\, \delta x(t_1) \\ \delta z(t_3) &= f_2\, \delta y(t_2) \\ \delta x(t_4) &= f_3\, \delta z(t_3) \end{aligned}$$

so besteht zwischen ihnen eine Rückkoppelung, denn

(45)
$$\delta x(t_4) = f_1 f_2 f_3\, \delta x(t_1)$$

die anfängliche Störung $\delta x(t_1)$ ist bis zum Zeitpunkt t_4 durch die Wechselwirkung mit δy und δz um die zusätzliche Störung $\delta x(t_4)$ verändert worden.
Ein Beispiel für eine einfache Rückkoppelung ist die Änderung der Albedo von Neuschnee während des Schmelzens. Die Albedo hängt unter anderem von der Struktur des Schneekristalls ab, sie sinkt, wenn sich feine Kristalle in gröbere Körner verwandeln, sie wird auch durch Wasserfilme auf den Körnern erniedrigt. Erreicht nun Neuschnee mit hoher Albedo nach Absorption von Sonnenstrahlung das erste Mal den Schmelzpunkt, so wird seine Metamorphose beschleunigt und flüssiges Wasser kann in der Schneedecke auftreten. Dadurch sinkt die Albedo und mehr Sonnenstrahlung wird absorbiert, wodurch der ursprüngliche Prozess verstärkt wird. Rückkopplungen zwischen Schnee und Atmosphäre sind aber im wesentlichen auf die ausgedehnte jahreszeitliche Schneedecke und auf die polaren Eismassen beschränkt, die beide in ihrer Flächenausdehnung mit den atmosphärischen Wettersystemen vergleichbar sind. Ein Alpengletscher ist dagegen mit 1–10 km Durchmesser so klein gegenüber einem Tiefdruckgebiet von 100–1000 km Durchmesser, daß sein Einfluß auf die untersten Hektometer der Atmosphäre und auf die unmittelbar umliegenden Hänge beschränkt bleibt. Temperatur, langwellige Strahlungsbilanz und Niederschlag, an deren Werten atmosphärische Advektion stark beteiligt ist, können also über einem Gletscher nicht in einer Kette der Art von Gleichung (44) zusammenhängen, die kurzwellige Strahlungsbilanz dagegen kann es, so weit sie von der lokalen Albedo bestimmt ist.
Zwischen den hier ausgewählten Parametern T, N und R mag zwar keine nennenswerte Rückkopplung bestehen, aber sie sind in vielen Fällen voneinander abhängig. Diese Beziehungen sollen an einem qualitativen und einem quantitativen Beispiel erläutert werden.

Wenn die Temperatur der freien Atmosphäre T_a in den Sommermonaten um δT_a unter dem Durchschnitt liegt, wird diese Abweichung die Gleichgewichtslinie nach unten verlagern. Wird nun diese Verlagerung nach Gleichung (32) berechnet, so ist zu berücksichtigen, daß es außerdem bei tieferen Temperaturen öfter festen Niederschlag geben wird als im Normalfall, und daß dieser Neuschnee nicht nur die Akkumulation erhöht, sondern auch mit seiner hohen Albedo die Strahlungsbilanz erniedrigt. Die Störung δT_a zieht also gleichsinnig wirkende Störungen δc und δR nach sich.
Eine ähnliche Situation ist durch die Gleichungen (19) und (20) beschrieben. Eine Temperaturänderung von einem Grad führt zu einer Änderung der Gegenstrahlung $\delta A = 0{,}3$ MJ m^{-2} d^{-1}, die im Vergleich zur Störung des Wärmestroms $\delta H = \alpha \delta T_a = 1{,}7$ MJ m^{-2} d^{-1} sicher zu berücksichtigen ist. In Gleichung (32) kann $\delta R = \delta A$ gesetzt werden, worauf für eine Änderung der Höhe der Gleichgewichtslinie von 100 m als primäre Temperaturänderung nicht mehr 0,8° C nötig ist, wie in Gleichung (36), sondern nur 0,7° C.
Die Kenntnis dieser und ähnlicher Zusammenhänge ist aber zur Lösung von Gleichung (32) nicht nötig. Solange drei der vier Variablen Δh, δT_a, δc, δR bekannt sind, kann die vierte bestimmt werden, gleichgültig, wie gut sie mit den anderen korreliert.

9. ANWENDUNG AUF REZENTE GLEICHGEWICHTSLINIEN

Das hier entwickelte Gleichungssystem kann nicht nur auf zeitliche Schwankungen, sondern auch auf horizontale Unterschiede angewendet werden. Wird zum Beispiel am nördlichen Rand der Ostalpen eine Höhe der Gleichgewichtslinie von 2600 m, in den zentralen Ötztalern eine von 3000 m beobachtet, so muß dieser Unterschied nach den Gleichungen (34—36) durch eine Kombination von δc, δR und δT_a zu erklären sein, die äquivalent zu $\delta c = 1600$ kg m^{-2}, $\delta R = -5{,}3$ MJ m^{-2} d^{-1} oder $\delta T_a = -3{,}2°$ C ist, wenn jeweils zwei dieser drei gleich Null gesetzt werden.
Zahlenwerte für diesen Vergleich können in Fliri (1975), Wagner (1979, 1980) und Kuhn u. a. (1979) gefunden werden. Die Mitteltemperatur der Ablationsperiode 1. Mai bis 30. September ist für das Zugspitzhaus (2961 m) $\overline{T}_a = 1°$ C, für die Station Hintereis (3026 m) $\overline{T}_a = 0{,}4°$ C, der Unterschied $\delta T_a = 0{,}6°$ C. Die Akkumulation der Periode 1. Oktober bis 31. Mai ist am Hintereisferner nach Gleichung (38) 1620 kg m^{-2}. Für das Zugspitzgebiet soll nicht die Gipfelstation, sondern die in ihrer Muldenlage besser vergleichbare Station Knorrhütte (2051 m) herangezogen werden. Der Niederschlag beträgt hier vom 1. Oktober bis zum 31. Mai im Durchschnitt 980 mm. Wird nach den Gleichungen (12), (38) und (39) auch hier angenommen, daß die spezifische Akkumulation doppelt so hoch wie der Niederschlag in der gleichen Zeit ist, so wird c(2051 m) = 2000 kg m^{-2}. In Kapitel 7 wurde als Akkumulationsgradient $\partial c/\partial z = 1$ kg m^{-2} m^{-1} angegeben. Dieser Wert gilt für das Ötztal und kann für den niederschlagsreichen Alpennordrand höher liegen. Dessenungeachtet wird hier auch für das Zugspitzplatt in der hypothetischen Vergleichshöhe 3026 m die spezifische Akkumulation mit 3000 kg m^{-2} angenommen, und der Unterschied wird $\delta c = 1400$ kg m^{-2}.
Eine kurze Überschlagsrechnung wird zeigen, daß in der Höhe der Gleichgewichtslinie die Strahlungsbilanz von schmelzendem Eis oder Firn am Alpennordrand nicht wesentlich von der in den zentralen Alpen abweicht, wo Wagner (1979, 1980) für die Monate Juli bis September 1971 einen Durchschnittswert $\overline{R} = 5{,}6$ MJ m^{-2} d^{-1} gemessen hat. Dazu soll zunächst Gleichung (17) differenziert werden.

$$\delta R = (1-a)\,\delta G - G\,\delta a + \delta A - \delta E \tag{46}$$

Nach Gleichung (18) ist die Ausstrahlung E für schmelzenden Firn (0° C) an beiden Orten gleich, die selbe Annahme kann erfahrungsgemäß für die Albedo gemacht werden. Der Wert von δR wird dann durch Änderungen in der Globalstrahlung und in der Gegenstrahlung bestimmt. Nach Fliri (1975, Tabelle 28) bekommt der Alpennordrand in 1500 m Höhe 8 % weniger Globalstrahlung als die Alpenmitte. Bei einer Albedo von 0,6 bedeutet das ein Defizit in der kurzwelligen Bilanz von 3 %. Nach Fliris Tabelle 33 (1975) bekommt aber der Alpennordrand gerade 3 % mehr atmosphärische Gegenstrahlung als die Alpenmitte, so daß die lagebedingten Unterschiede in der Strahlungsbilanz vernachlässigt werden müssen.
Werden die oben angeführten Werte in Gleichung (32) eingesetzt, so ist das Resultat $\Delta h = 450$ m. In Anbetracht der groben Vereinfachungen und Abschätzungen, auf denen dieser Vergleich beruht, ist die Übereinstimmung der vorgegebenen $\Delta h = 400$ m mit den errechneten $\Delta h = 450$ m besser als erwartet.

10. ANWENDUNG AUF DIE GLEICHGEWICHTSLINIEN DER JÜNGEREN DRYAS

In Kerschners Aufsatz (1981, in diesem Heft S. 229) über das Egesenstadium in der jüngeren Dryas (11.000 bis 10.000 vor heute) werden Erniedrigungen der Sommertemperaturen von 2,5 bis 3,0° C gegenüber heute berichtet. Zugleich sei im Alpeninnern die Höhe der Gleichgewichtslinie ca. 300 m tiefer als heute gewesen, und ca. 400 m am Alpennordrand; der Niederschlag am Alpennordrand gleich wie heute, im Alpeninnern nur 70 % des heutigen. Diese Zahlen lassen sich schnell mit dem Beispiel von Kapitel 9 überprüfen, wenn auch hier vorausgesetzt wird, daß die Änderung der Strahlungsbilanz vernachlässigbar ist und daß die in Kapitel 7 angeführten typischen Zahlenwerte gelten.
Dann stimmt die Erniedrigung der Gleichgewichtslinie am Alpennordrand um 400 m bei gleichbleibendem Niederschlag mit dem angegebenen Temperaturabfall um 2,5 bis 3,0° C nach Gleichung (32) gut überein.
Im Alpeninnern sei die Höhe der Gleichgewichtslinie nur um 300 m gesunken, die Sommertemperaturen ebenfalls um 2,5 bis 3,0° C. Bei gleicher Temperaturänderung bedeutet ein Unterschied in der Schneegrenzdepression von 400 auf 300 m nach Gleichung (3) einen Unterschied in der Akkumulation von 400 kg m^{-2}, die bei heutigen Bedingungen in der Höhe der Gleichgewichtslinie einem Unterschied im Niederschlag der Periode Oktober bis Mai von 200 mm entspricht. Nach Gleichung (39) heißt dies im Gebiet des Hintereisferners eine Erniedrigung des Niederschlags um 25 %. Die Ableitungen der Temperatur- und Niederschlagsverhältnisse zur Zeit des Egesenvorstoßes von Kerschner (1981) stimmen also mit dieser Arbeit gut überein.

DANK

Diese Arbeit wurde von der Österreichischen Akademie der Wissenschaften im Rahmen des Internationalen Hydrologischen Projekts unterstützt.
Herrn Prof. Dr. Helmut Pichler danke ich für kritische Diskussionen des Manuskripts.

LITERATUR

Braithwaite, R. J., 1977: Air temperature and glacier ablation, a parametric approach. Ph. D. Tesis, McGill University, Montreal.

Fliri, F., 1975: Das Klima der Alpen im Raum von Tirol. Universitätsverlag Wagner, Innsbruck. 454 S.

Hoinkes, H., 1957: Über die Schneeumlagerung durch den Wind. 51.—53. Jahresbericht des Sonnblick-Vereins, 1953—1955: 27—32. Springer Verlag, Wien.

Hoinkes, H., 1964: Glacial Meteorology. Research in Geophysics, ed. H. Odishaw, Vol. 2, pp. 391—424. M. I. T. Press, Cambridge, Mass.

Hoinkes, H., 1970: Methoden und Möglichkeiten von Massenhaushaltsstudien auf Gletschern. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie 6: 37—90.

Kerschner, H., 1981: Outlines of the climate during the Egesen advance (Younger Dryas, 11000—10000 BP) in the central Alps of western Tyrol, Austria. Zeitschrift für Gletscherkunde und Glazialgeologie, 16(2): 229—240.

Kotlyakov, V. M., 1973: Snow accumulation on mountain glaciers. Proc. Symp. The role of snow and ice in hydrology, Banff, 1972, 1: 394—400. Unesco, WMO, IAHS.

Kuhn, M., 1979: On the computation of heat transfer coefficients from energy-balance gradients on a glacier. Journal of Glaciology, 22(87): 263—272.

Kuhn, M., 1981: Climate and Glaciers. Proceedings of the Canberra Symposium on Sea Level, Ice and Climatic Change. IAHS Publication No. 131: 3—20.

Kuhn, M., G. Kaser, G. Markl, H. P. Wagner und H. Schneider, 1979: 25 Jahre Massenhaushaltsuntersuchungen am Hintereisferner. Institut für Meteorologie und Geophysik der Universität Innsbruck, 80 S.

Lliboutry, L., 1964: Traité de glaciologie I, 427 pp.; II (1965), 612 pp. Masson, Paris.

Paterson, W. S. B., 1969, 1981: The physics of glaciers. Pergamon Press, Oxford, 250 p.; Second Edition, 380 p.

Shumskiy, P. A., 1978: Dynamic Glaciology. Translated from Dinamicheskaya Glatsiologiya (Moscow 1969). Amerind. Publishing Co., New York. 161 p.

Wagner, H. P., 1979, 1980: Strahlungshaushaltsuntersuchungen an einem Ostalpengletscher während der Hauptablationsperiode. Teil 1: Kurzwellige Strahlung, Teil 2: Langwellige Strahlung und Strahlungsbilanz. Archiv für Meteorologie, Geophysik und Bioklimatologie, B, 27: 297—324 und 28: 41—62.

Manuskript erhalten am 19. Oktober 1981.

Anschrift des Verfassers: Univ.-Prof. Dr. Michael Kuhn
Institut für Meteorologie und Geophysik
Schöpfstraße 41
6020 Innsbruck